

TRƯỜNG ĐH TÀI CHÍNH - MARKETING

Lecture 3

DANH MỤC RỦI RO TỐI ƯU (Optimal Risky Portfolios)

T.S. Phạm Hữu Hồng Thái

MỤC TIÊU Lecturer 3

Kết thúc Lecture 3, người học có khả năng:

- **Nắm vững chiến lược đa dạng hóa danh mục nhằm giảm thiểu rủi ro;**
- **Hiểu một số khái niệm như rủi ro hệ thống và rủi ro phi hệ thống;**
- **Xác định lợi nhuận kỳ vọng, độ lệch chuẩn, phương sai, hiệp phương sai, và hệ số tương quan của danh mục 2 tài sản rủi ro;**
- **Xác định lợi nhuận kỳ vọng, độ lệch chuẩn, phương sai, hiệp phương sai, và hệ số tương quan của danh mục 2 tài sản rủi ro và 1 tài sản phi rủi ro;**
- **Thảo luận mô hình lựa chọn danh mục Markowitz.**

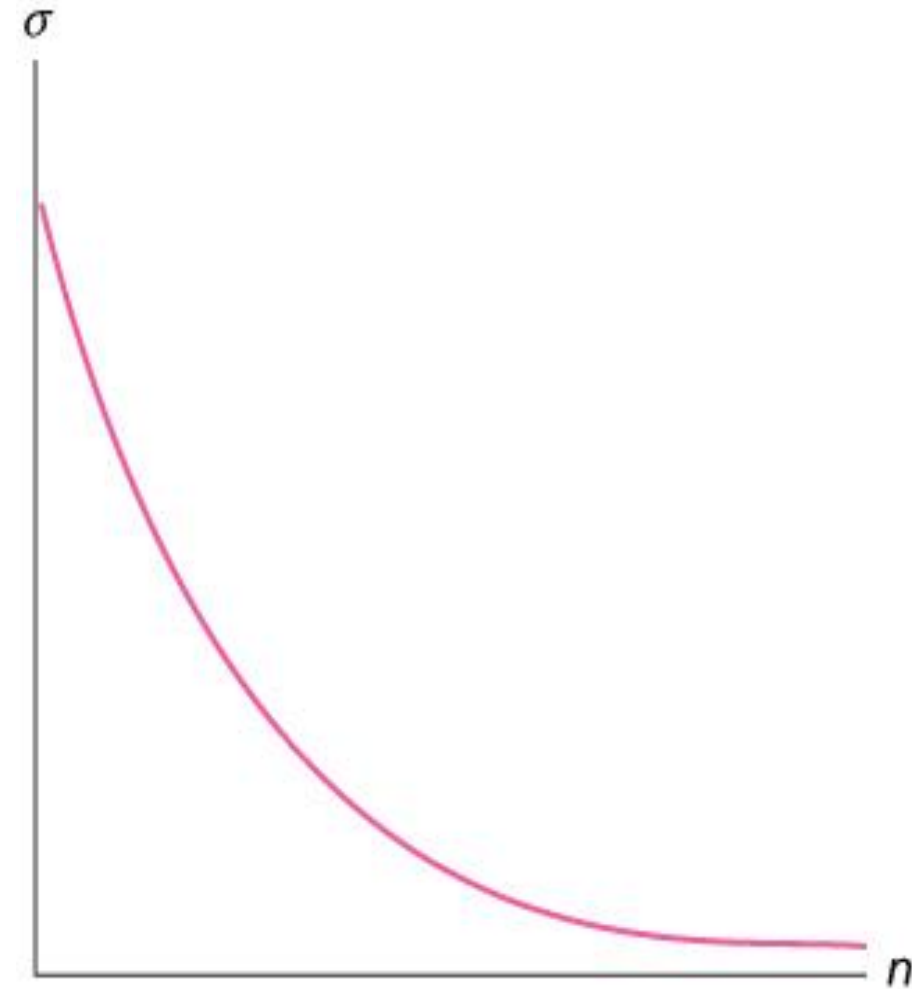
Nội dung Lecture 3

- Đa dạng hóa danh mục tài sản rủi ro
- Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro
- Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro và 1 tài sản phi rủi ro
- Mô hình lựa chọn danh mục Markowitz

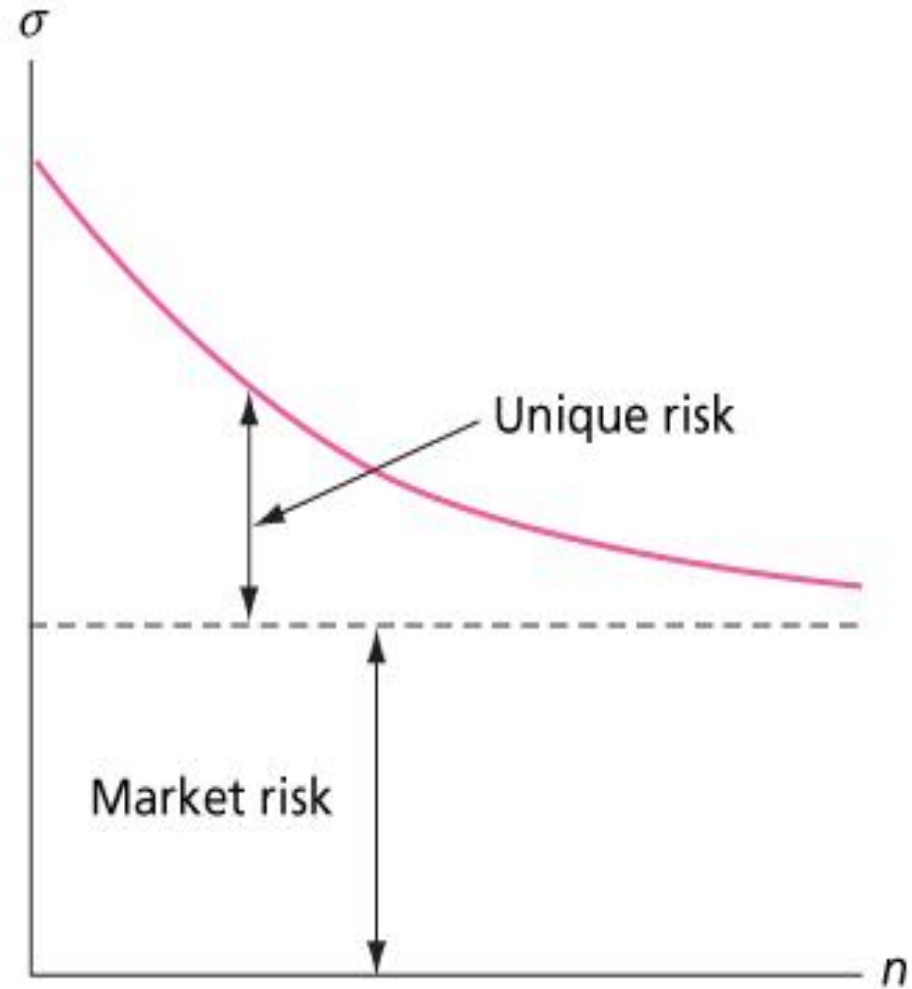
Đa dạng hóa danh mục tài sản rủi ro

- Cổ phiếu Vinamilk chịu áp lực từ 2 nguồn rủi ro:
 - Rủi ro hệ thống: lạm phát, lãi suất, tỷ giá hối đoái, chu kỳ kinh doanh.
 - Rủi ro phi hệ thống: thay đổi nhân sự, sự thành đạt hay thất bại của công ty
- Đa dạng hóa danh mục làm giảm thiểu rủi ro phi hệ thống. Ví dụ, cổ phiếu Vinamilk và ABT
- Đa dạng hóa không làm giảm rủi ro hệ thống.

Rủi ro hệ thống và phi hệ thống



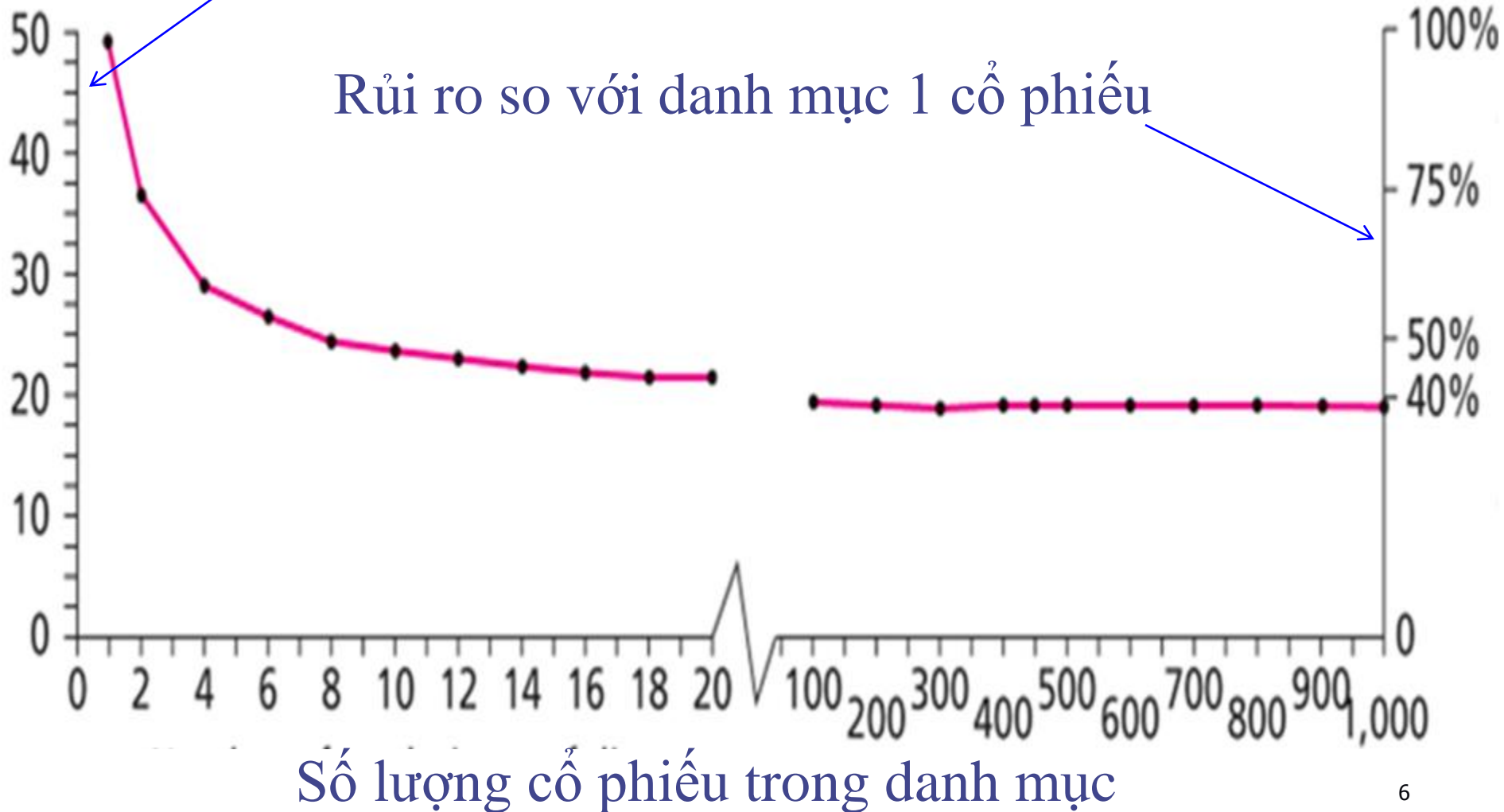
A: Firm-specific risk only



B: Market and unique risk

Đa dạng hóa danh mục

Độ lệch chuẩn danh mục bình quân



Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

	Nợ (D)	Vốn (E)
Lợi nhuận kỳ vọng, $E(r)$	7%	14%
Độ lệch chuẩn, σ	11%	22%
Hiệp phương sai, $Cov(r_D, r_E)$		48,4
Hệ số tương quan, ρ_{DE}		0,2

Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

- Lợi nhuận của danh mục:

$$r_p = W_D r_D + W_E r_E$$

- Lợi nhuận kỳ vọng của danh mục:

$$E(r_p) = W_D E(r_D) + W_E E(r_E)$$

- Phương sai của danh mục:

$$\sigma_p^2 = W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E)$$

Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

- *Định nghĩa theo cách khác:*

Phương sai của danh mục là tổng các hiệp phương sai có trọng số, và mỗi tỷ trọng là tích các tỷ trọng danh mục của các cặp tài sản trong biểu thức hiệp phương sai.

$$\sigma_p^2 = W_D W_D \text{Cov}(r_D, r_D) + W_E W_E \text{Cov}(r_E, r_E) + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E)$$

Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

- Hiệp phương sai của một biến với chính nó được định nghĩa như là phương sai của biến đó.

$$\begin{aligned} \text{Cov}(r_D, r_D) &= \sum_{\text{scenarios}} \Pr(\text{scenario}) [r_D - E(r_D)] [r_D - E(r_D)] \\ &= \sum_{\text{scenarios}} \Pr(\text{scenario}) [r_D - E(r_D)]^2 \\ &= \sigma_D^2 \end{aligned}$$

Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

MA TRẬN HIỆP PHƯƠNG SAI ĐƠN BIÊN

Tỷ trọng danh mục	W_D	W_E
W_D	$Cov(r_D, r_D)$	$Cov(r_D, r_E)$
W_E	$Cov(r_E, r_D)$	$Cov(r_E, r_E)$

Danh mục gồm 2 tài sản rủi ro

MA TRẬN HIỆP PHƯƠNG SAI ĐA BIÊN

Tỷ trọng danh mục	W_D	W_E
W_D	$W_D W_D Cov(r_D, r_D)$	$W_D W_E Cov(r_D, r_E)$
W_E	$W_E W_D Cov(r_E, r_D)$	$W_E W_E Cov(r_E, r_E)$
$W_D + W_E = 1$	$W_D W_D Cov(r_D, r_D) + W_E W_D Cov(r_E, r_D)$	$W_D W_E Cov(r_D, r_E) + W_E W_E Cov(r_E, r_E)$
Phương sai DM	$W_D W_D Cov(r_D, r_D) + W_E W_D Cov(r_E, r_D) + W_D W_E Cov(r_D, r_E) + W_E W_E Cov(r_E, r_E)$	

Ví dụ 7.1:

a) Chứng minh:

$$\sigma_p^2 = W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E)$$

Ta có:

$$W_D^2 \sigma_D^2 = W_D \times W_D \times \sigma_D^2$$

Hay:

$$W_D^2 \sigma_D^2 + W_D W_E \text{Cov}(r_E, r_D) + W_E W_D \text{Cov}(r_D, r_E) + W_E^2 \sigma_E^2$$

Ví dụ 7.1:

b) Chứng minh: phương sai của danh mục là:

$$W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + W_Z^2 \sigma_Z^2 + 2W_X W_Y \text{Cov}(r_X, r_Y) + 2W_X W_Z \text{Cov}(r_X, r_Z) + 2W_Y W_Z \text{Cov}(r_Y, r_Z)$$

Ta có: Ma trận hiệp phương sai đơn biên:

	W_X	W_Y	W_Z
W_X	σ_X^2	$\text{Cov}(r_X, r_Y)$	$\text{Cov}(r_X, r_Z)$
W_Y	$\text{Cov}(r_Y, r_X)$	σ_Y^2	$\text{Cov}(r_Y, r_Z)$
W_Z	$\text{Cov}(r_Z, r_X)$	$\text{Cov}(r_Z, r_Y)$	σ_Z^2

Ví dụ 7.1:

Có 9 biểu thức trong ma trận hiệp phương sai và phương sai của danh mục từ 9 biểu thức này là:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + W_Z^2 \sigma_Z^2 \\ &+ W_X W_Y \text{Cov}(r_X, r_Y) + W_Y W_X \text{Cov}(r_Y, r_X) \\ &+ W_X W_Z \text{Cov}(r_X, r_Z) + W_Z W_X \text{Cov}(r_Z, r_X) \\ &+ W_Y W_Z \text{Cov}(r_Y, r_Z) + W_Z W_Y \text{Cov}(r_Z, r_Y) \\ &= W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + W_Z^2 \sigma_Z^2 + 2W_X W_Y \text{Cov}(r_X, r_Y) \\ &+ 2W_X W_Z \text{Cov}(r_X, r_Z) + 2W_Y W_Z \text{Cov}(r_Y, r_Z)\end{aligned}$$

Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- σ_p^2 giảm khi $Cov(r_D, r_E) < 0$
- Nếu $Cov(r_D, r_E) > 0$, σ_p vẫn nhỏ hơn σ_D và σ_E
- Ta có:

$$Cov(r_D, r_E) = \rho_{DE} \sigma_D \sigma_E$$

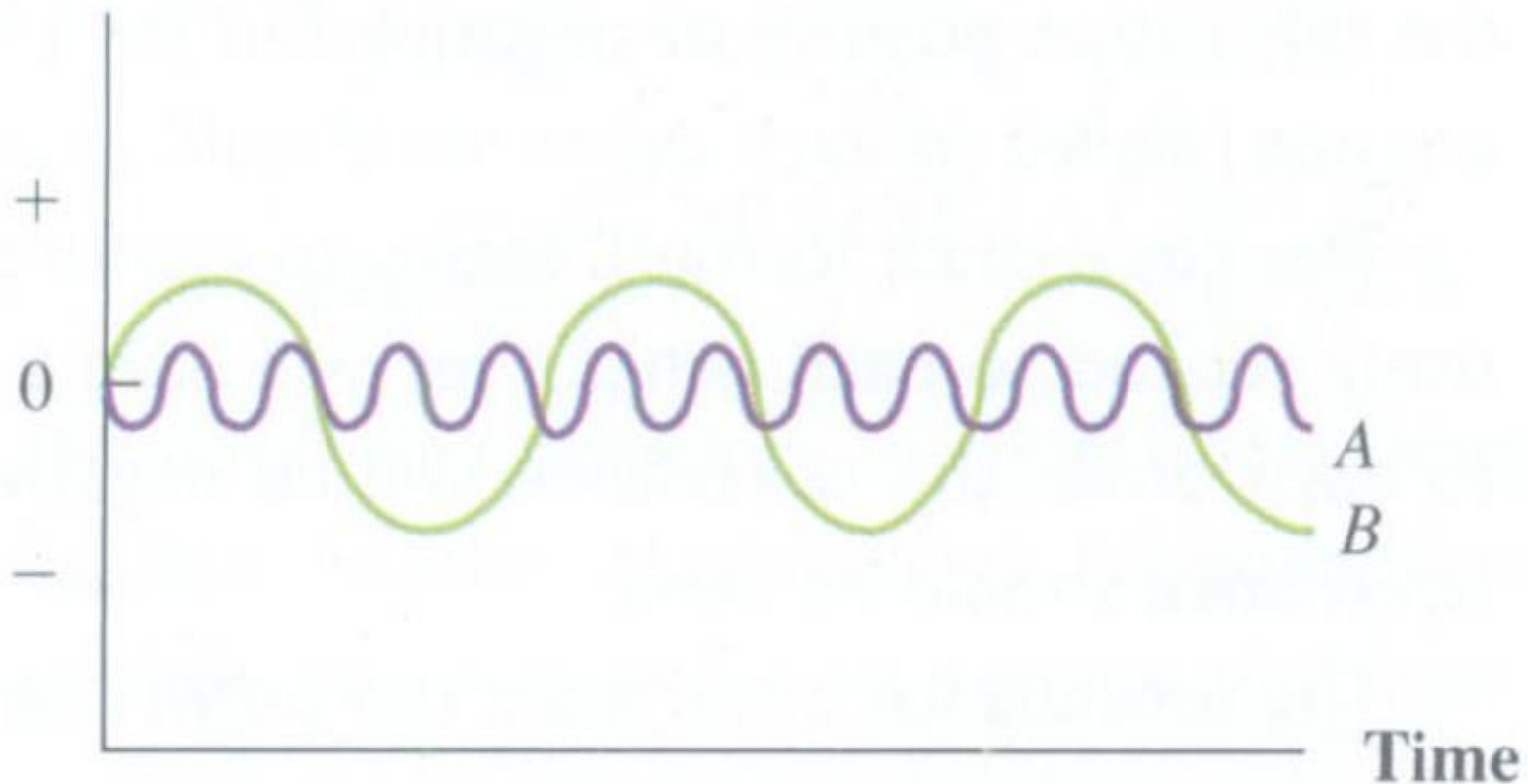
- Hay:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E Cov(r_D, r_E) \\ &= W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \sigma_D \sigma_E \rho_{DE}\end{aligned}$$

Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- Hệ số tương quan dao động trong khoảng $[-1, 1]$
- $Corr(r_D, r_E) = 0$, 2 chứng không tương quan.

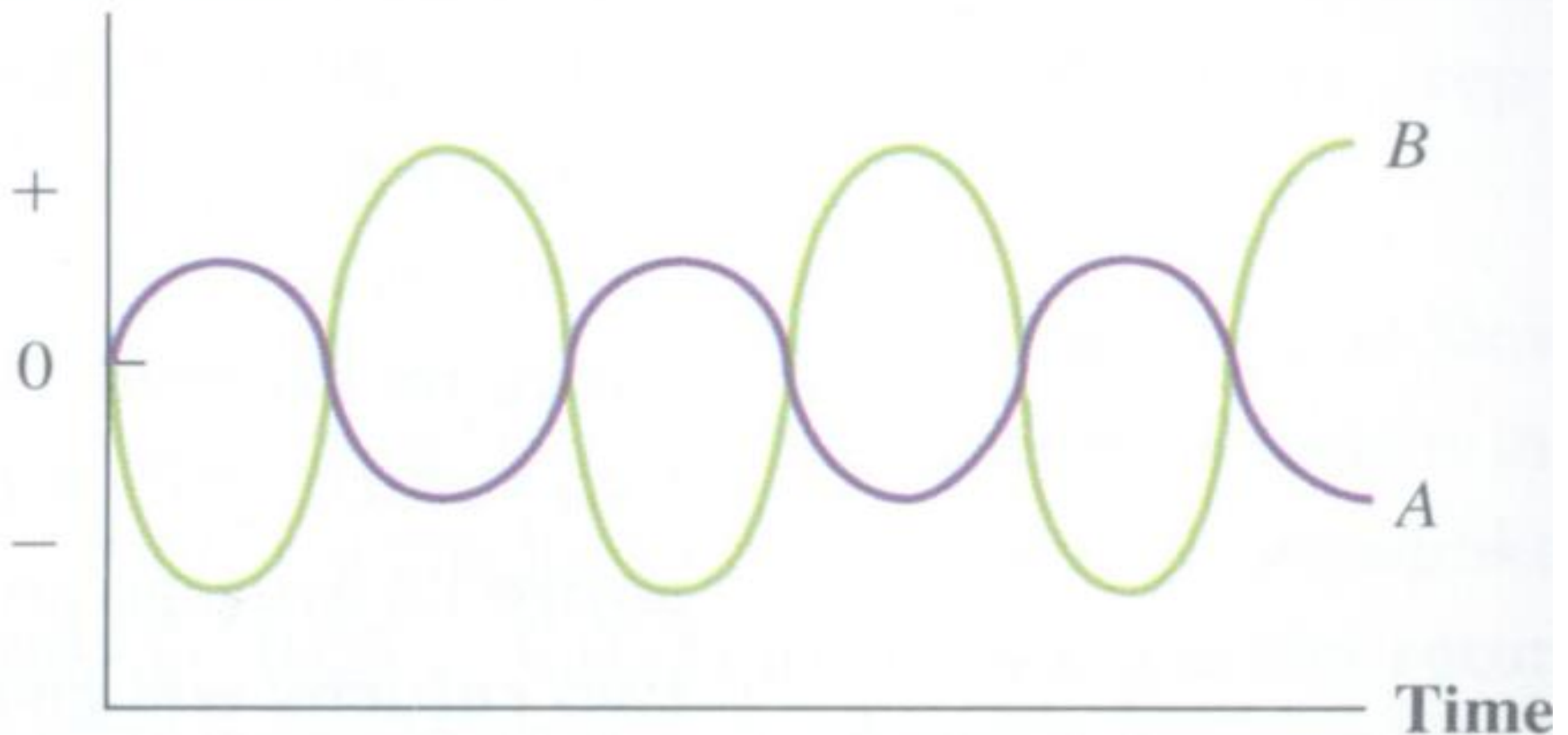
Returns



Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- $Corr(r_D, r_E) = -1$, 2 chứng khoán di chuyển ngược chiều nhau.

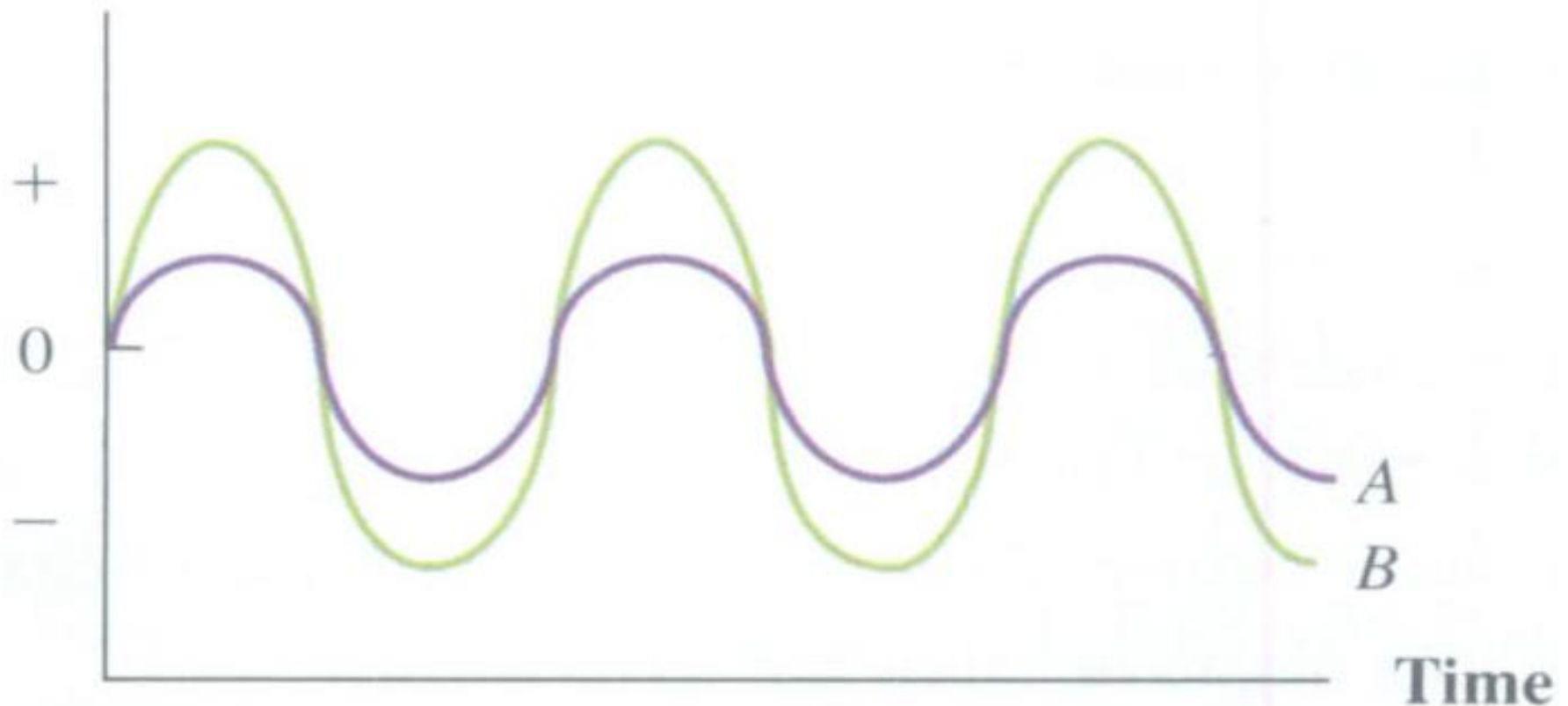
Returns



Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- $Corr(r_D, r_E) = 1$, 2 chứng khoán di chuyển cùng chiều nhau.

Returns



Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- Khi $\rho_{DE} = 1$:

$$\sigma_p^2 = (W_D\sigma_D + W_E\sigma_E)^2$$

- Hay:

$$\sigma_p = W_D\sigma_D + W_E\sigma_E$$

- Khi $\rho_{DE} = -1$

$$\sigma_p^2 = (W_D\sigma_D - W_E\sigma_E)^2$$

Và $\sigma_p =$ giá trị tuyệt đối $(W_D\sigma_D - W_E\sigma_E)$, và nhà đầu tư thiết lập vị thế hoàn hảo ($\sigma_p = 0$), nghĩa là:

$$W_D\sigma_D - W_E\sigma_E = 0$$

Hệ số tương quan (Correlation coefficient)

- Tỷ lệ danh mục tối ưu (rủi ro danh mục bị triệt tiêu)

$$W_D = \frac{\sigma_E}{\sigma_D + \sigma_E}$$

$$W_E = \frac{\sigma_D}{\sigma_D + \sigma_E} = 1 - W_D$$

Ví dụ 7.2

- Lợi nhuận kỳ vọng của DM gồm TP & CP:

$$E(r_p) = 7W_D + 14W_E$$

- Phương sai của danh mục:

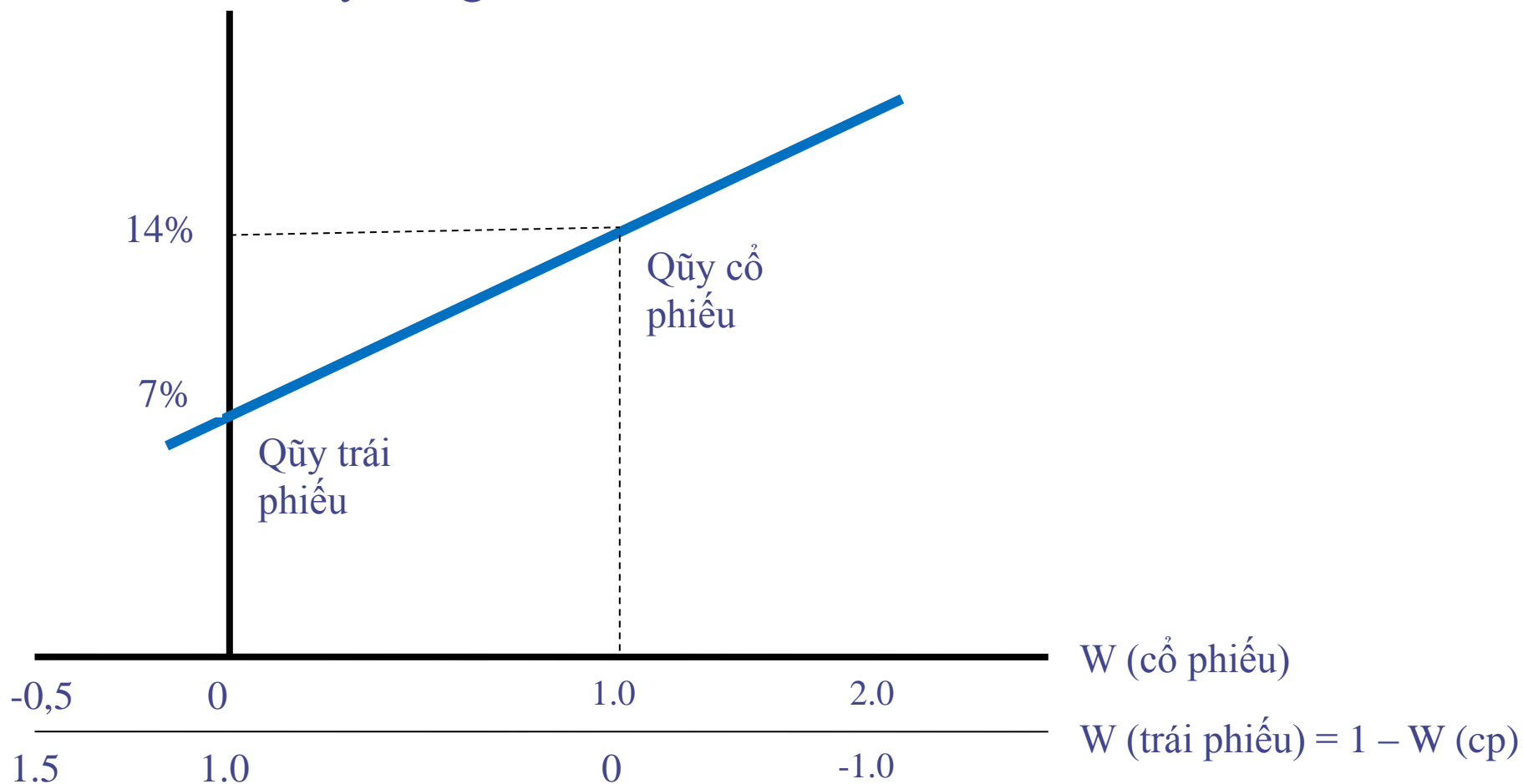
$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= 11^2 W_D^2 + 22^2 W_E^2 + 2 \times 11 \times 22 \times 0,2 \times W_D W_E \\ &= 121 W_D^2 + 484 W_E^2 + 96,8 W_D W_E\end{aligned}$$

- Độ lệch chuẩn:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Lợi nhuận danh mục là hàm số của tỷ trọng đầu tư

Lợi nhuận kỳ vọng



Ví dụ 7.2

- Nếu W_D thay đổi từ 0-1 (W_E thay đổi từ 1-0), lợi nhuận danh mục giảm từ 14%-7%.
- Nếu $W_D > 1$ (1,5) và $W_E < 0$ (-0,5), bán khống cổ phiếu \Rightarrow lợi nhuận kỳ vọng của DM giảm đáng kể (từ 7% xuống còn 3,5%).
- Nếu $W_D < 0$ (-0,5) và $W_E > 1$ (1,5), bán khống trái phiếu.

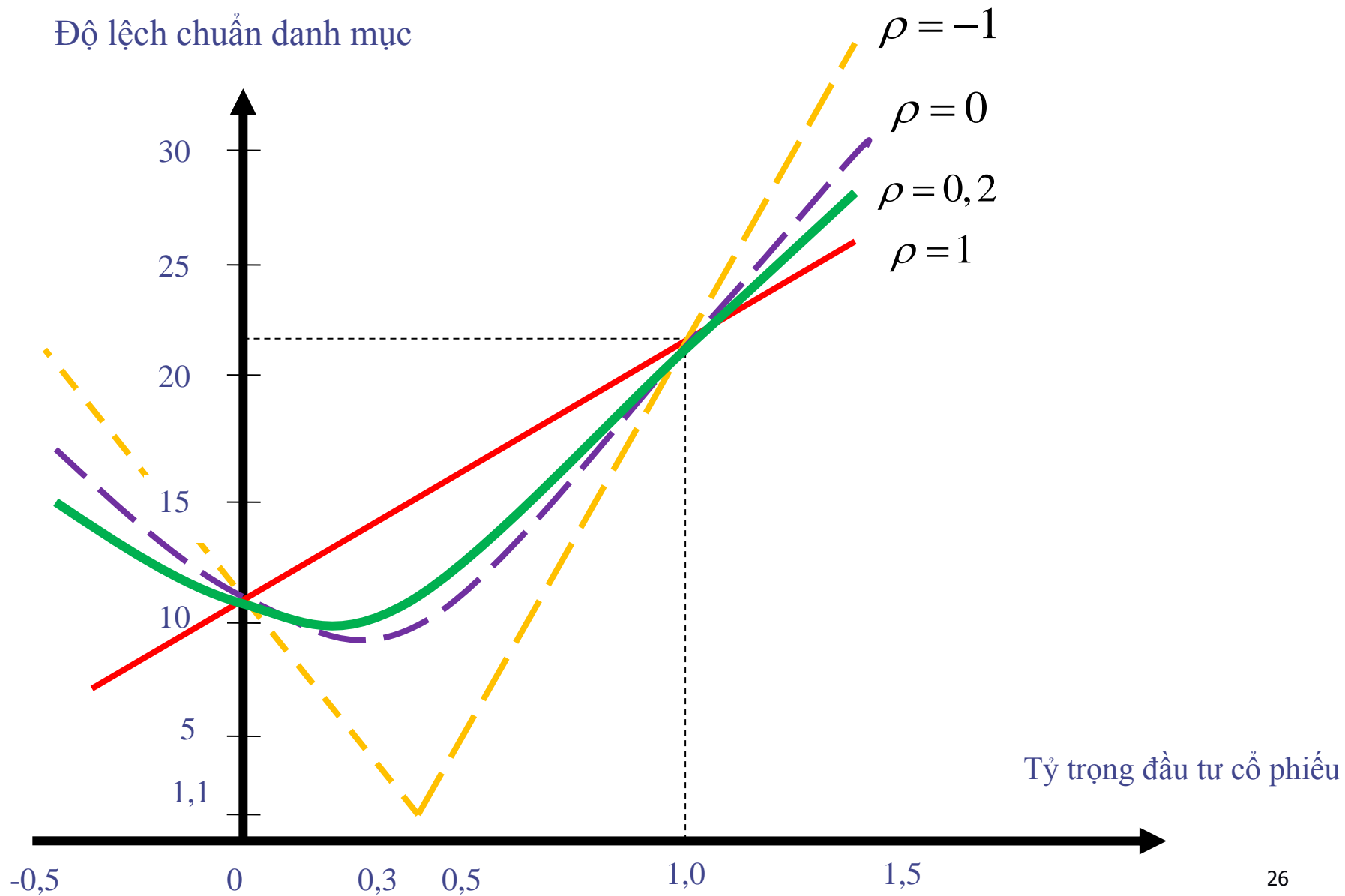
Lợi nhuận kỳ vọng và độ lệch chuẩn có hệ số tương quan thay đổi

			Độ lệch chuẩn danh mục với hệ số tương quan cho trước			
W_D	W_E	$E(r_p)$	$\rho = -1$	$\rho = 0$	$\rho = 0,2$	$\rho = 1$
0,00	1,00	14,00	22,00	22,00	22,00	22,00
0,10	0,90	13,30	18,70	19,83	20,05	20,90
0,20	0,80	12,60	15,40	17,74	18,17	19,80
0,30	0,70	11,90	12,10	15,75	16,38	18,70
0,40	0,60	11,20	8,80	13,91	14,73	17,60
0,50	0,50	10,50	5,50	12,30	13,25	16,50
0,60	0,40	9,80	2,20	11,00	12,01	15,40
0,70	0,30	9,10	1,10	10,14	11,10	14,30
0,80	0,20	8,40	4,40	9,84	10,60	13,20
0,90	0,10	7,70	7,70	10,14	10,56	12,10
1,00	0,00	7,00	11,00	11,00	11,00	11,00

Danh mục phương sai nhỏ nhất

W_D	0,67	0,8	0,86
W_E	0,33	0,2	0,14
$E(r_p)$	9,31	8,4	7,98
σ_p	0,11	9,84	10,52

Độ lệch chuẩn danh mục là hàm số tỷ trọng

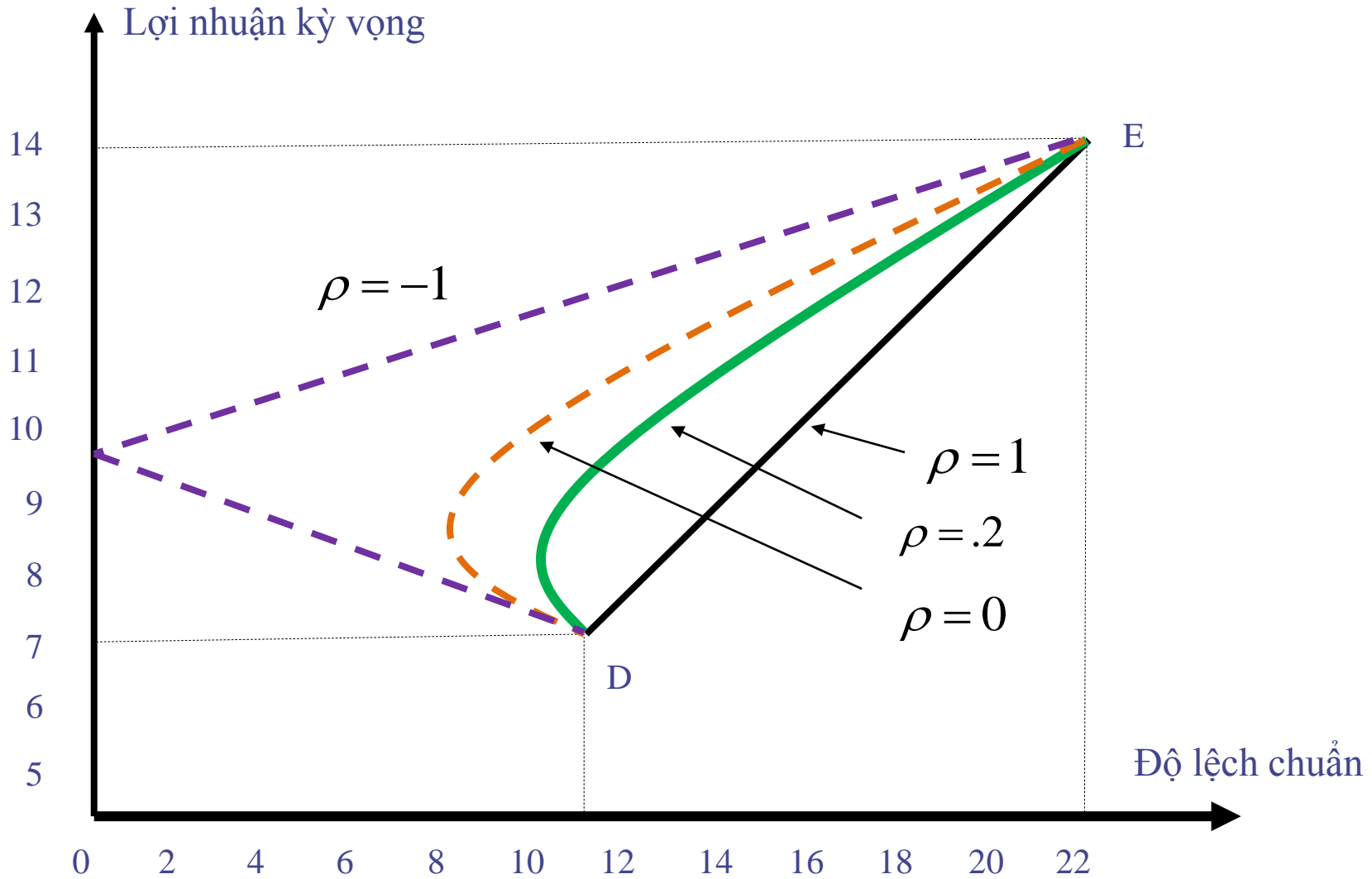


Tỷ trọng có phương sai nhỏ nhất

$$W_{Min}(D, \rho = -1) = \frac{\sigma_E}{\sigma_D + \sigma_E} = \frac{22}{11 + 22} = 0,67$$

$$W_{Min}(E, \rho = -1) = 1 - 0,67 = 0,33$$

Lợi nhuận kỳ vọng là hàm số của độ lệch chuẩn



Ví dụ 7.3

- Với thông số sau, hãy xác định tổ hợp cơ hội đầu tư gồm quỹ trái phiếu và cổ phiếu:

	Nợ (D)	Vốn (E)
$E(r)$	8%	13%
σ	12%	20%
ρ_{DE}		0,25

Ví dụ 7.3

- Ma trận hiệp phương sai đơn biên:

Quỹ	D	E
D	144	60
E	60	400

- Danh mục có phương sai nhỏ nhất:

$$W_D = \frac{\sigma_E^2 - Cov(r_D, r_E)}{\sigma_D^2 + \sigma_E^2 - 2Cov(r_D, r_E)} = \frac{400 - 60}{(144 + 400) - (2 \times 60)} = 0,8019$$

$$W_E = 1 - W_D = 0,1981$$

Ví dụ 7.3

- Lợi nhuận kỳ vọng và độ lệch chuẩn danh mục có phương sai nhỏ nhất:

$$E(r_p) = (0,8019 \times 8) + (0,1981 \times 13) = 8,99\%$$

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \left[W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E) \right]^{1/2} \\ &= 11,29\%\end{aligned}$$

Lợi nhuận kỳ vọng và độ lệch chuẩn theo các tỷ trọng khác nhau

W_E	W_D	$E(r_p)$	σ_p	
0,0	1,0	8,0	12,00	
0,1	0,9	8,5	11,46	
0,2	0,8	9,0	11,29	
0,3	0,7	9,5	11,48	
0,4	0,6	10,0	12,03	
0,5	0,5	10,5	12,88	
0,6	0,4	11,0	13,99	
0,7	0,3	11,5	15,30	
0,8	0,2	12,0	16,76	
0,9	0,1	12,5	18,34	
1,0	0,0	13,0	20,00	
0,1981	0,8019	8,99	11,29	Danh mục phương sai nhỏ nhất

Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro

- Xem xét 1 danh mục gồm 2 quỹ đầu tư: cổ phiếu và trái phiếu (tài sản phi rủi ro, $r_f = 5\%$)
- Sử dụng thông tin từ Bảng 7.1 để phân tích biểu đồ.
- Có 2 đường CAL_A và CAL_B
- Danh mục A:
 - Phương sai nhỏ nhất
 - 14% (cổ phiếu), 86% (trái phiếu), $E(r_A) = 7,98\%$, $SD_A = 10,52\%$

$$S_A = \frac{E(r_A) - r_f}{\sigma_A} = \frac{7,98 - 5}{10,52} = 0,28$$

Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro

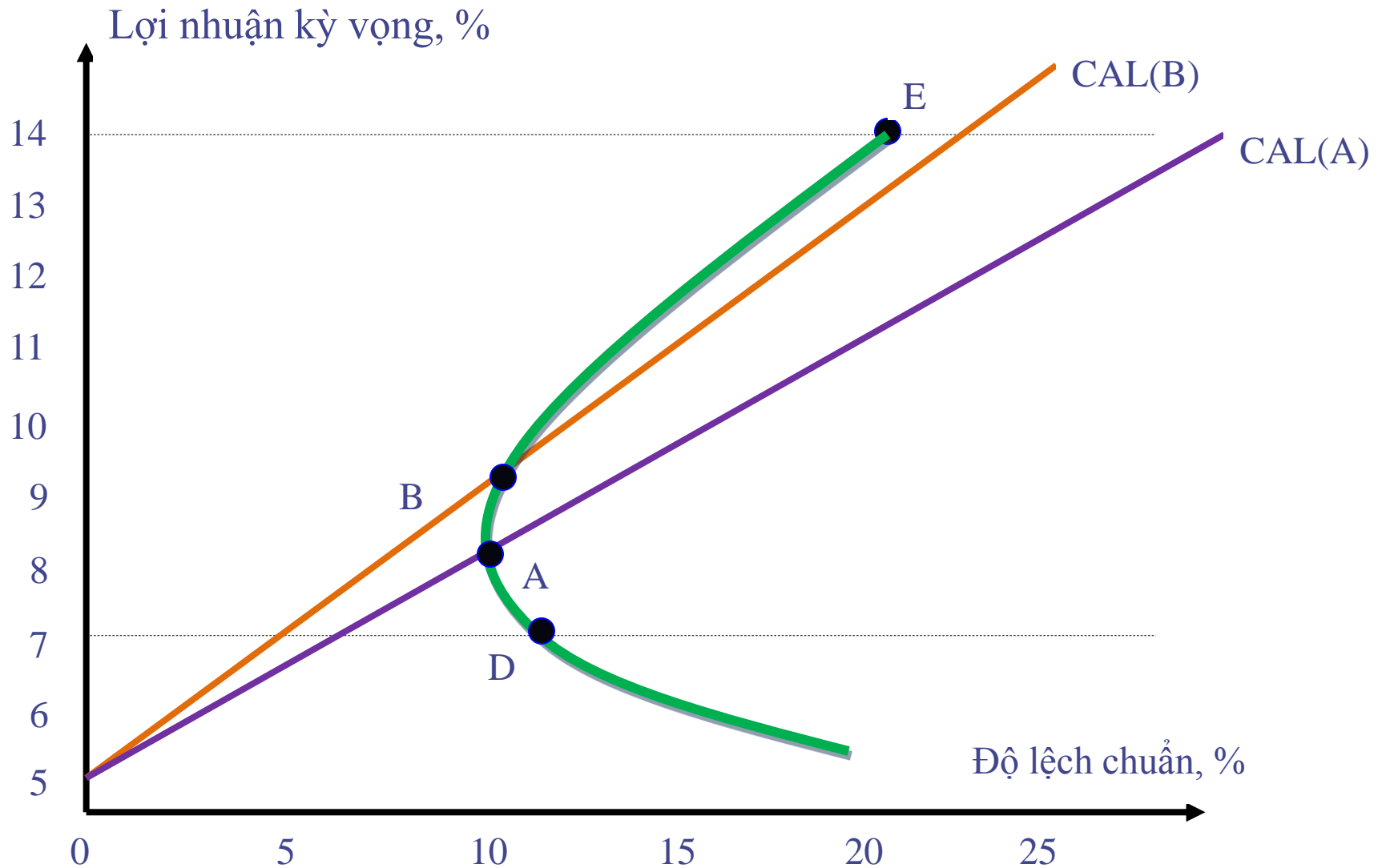
- Danh mục B:

- 30% (cổ phiếu), 70% (trái phiếu), $E(r_B) = 9,10\%$,
 $SD_B = 11,10\%$

$$S_B = \frac{E(r_B) - r_f}{\sigma_B} = \frac{9,10 - 5}{11,10} = 0,37$$

- $SB > SA \Rightarrow B$ thống trị A

Tổ hợp các cơ hội đầu tư



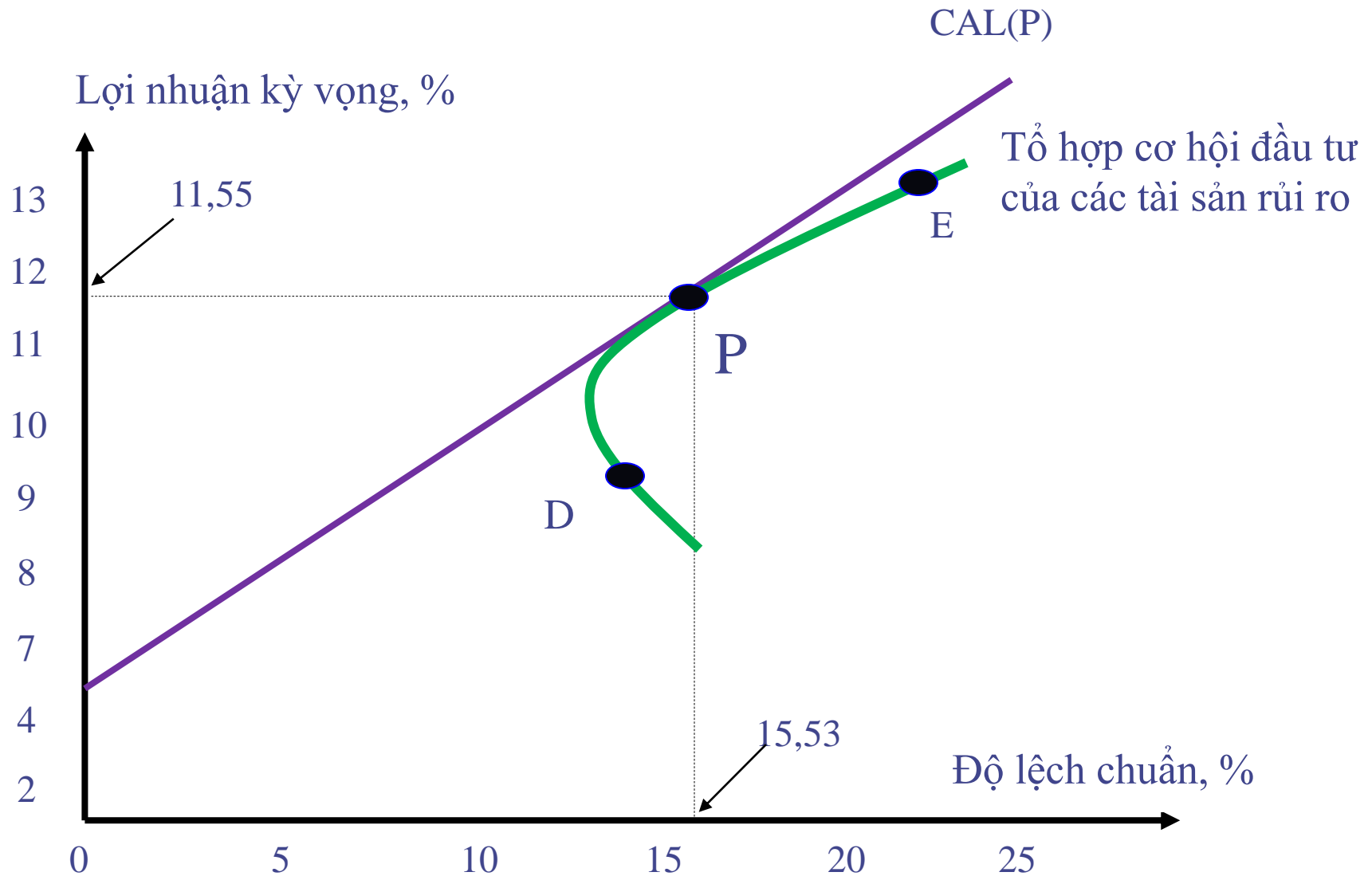
Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro

- Dịch chuyển A lên trên tiếp cận với đường cong tổ hợp các cơ hội đầu tư. CAL(p) có hệ số góc cao nhất
- Danh mục tiệm cận p là *danh mục tối ưu*.

$$E(r_p) = 11,55\%$$

$$\sigma_p = 15,53\%$$

Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro



Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro

- Cần xác định W_E và W_D để có danh mục tối ưu.
- Độ dốc đường phân phối vốn tiệm cận

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

- Lợi nhuận và độ lệch chuẩn:

$$E(r_p) = W_D E(r_D) + W_E E(r_E) = 7W_D + 14W_E$$

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \left[W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E) \right]^{1/2} \\ &= \left[121W_D^2 + 484W_E^2 + 2 \times 48,4W_D W_E \right]^{1/2}\end{aligned}$$

Danh mục gồm tài sản rủi ro và phi rủi ro

- Tối đa hóa độ dốc phải thỏa điều kiện: $W_D + W_E = 1$

$$\text{Max } S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

- Thay thế: $E(r_p) = W_D E(r_D) + W_E E(r_E)$, $1 - W_D = W_E$, và $\sigma_p = [W_D^2 \sigma_D^2 + W_E^2 \sigma_E^2 + 2W_D W_E \text{Cov}(r_D, r_E)]^{1/2}$ vào phương trình trên. Lấy đạo hàm và cho $= 0$, ta có:

$$W_D = \frac{[E(r_D) - r_f] \sigma_E^2 - [E(r_E) - r_f] \text{Cov}(r_D, r_E)}{[E(r_D) - r_f] \sigma_E^2 + [E(r_E) - r_f] \sigma_D^2 - [E(r_D) - r_f + E(r_E) - r_f] \text{Cov}(r_D, r_E)}$$

$$W_E = 1 - W_D$$

Ví dụ 7.4: Danh mục rủi ro tối ưu

- Sử dụng thông tin từ Bảng 7.1, ta có

$$W_D = \frac{[7-5]484 - [14-5]48,4}{[7-5]484 + [14-5]121 - [7-5+14-5]48,4} = 35\%$$

$$W_E = 1 - 35\% = 65\%$$

- Lợi nhuận kỳ vọng & độ lệch chuẩn:

$$E(r_p) = (0,35 \times 7) + (0,65 \times 14) = 11,55\%$$

$$\sigma_p = \left[\begin{array}{l} (0,35^2 \times 121) + (0,65^2 \times 484) + \\ (2 \times 0,35 \times 0,65 \times 48,4) \end{array} \right]^{1/2} = 15,53\%$$

Ví dụ 7.4: Danh mục rủi ro tối ưu

- CAL tối ưu có hệ số gốc cực đại:

$$S_P = \frac{11,55 - 5}{15,53} = 0,42$$

- Với $A = 4$,

$$W_p = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2} = \frac{0,1155 - 0,05}{4 \times 0,1553^2} = 67,89\%$$

- 67,89% (tài sản rủi ro) và 32,11% (tài sản phi rủi ro)

Ví dụ 7.4: Danh mục rủi ro tối ưu

- 65% (cổ phiếu) và 35% (trái phiếu), nghĩa là:
- Quỹ TP: $W_P \times W_D = 0,6789 \times 0,35 = 23,76\%$
- Quỹ cổ phiếu: $W_P \times W_E = 0,6789 \times 0,65 = 44,13\%$
- Tỷ trọng danh mục hoàn thiện:
 - Quỹ trái phiếu: 23,76%
 - Quỹ cổ phiếu: 44,13%
 - Tín phiếu KBNN: 32,11%
 - Tổng: 100%

Ví dụ 7.4: Danh mục rủi ro tối ưu

- Lợi nhuận kỳ vọng & độ lệch chuẩn danh mục hoàn thiện:

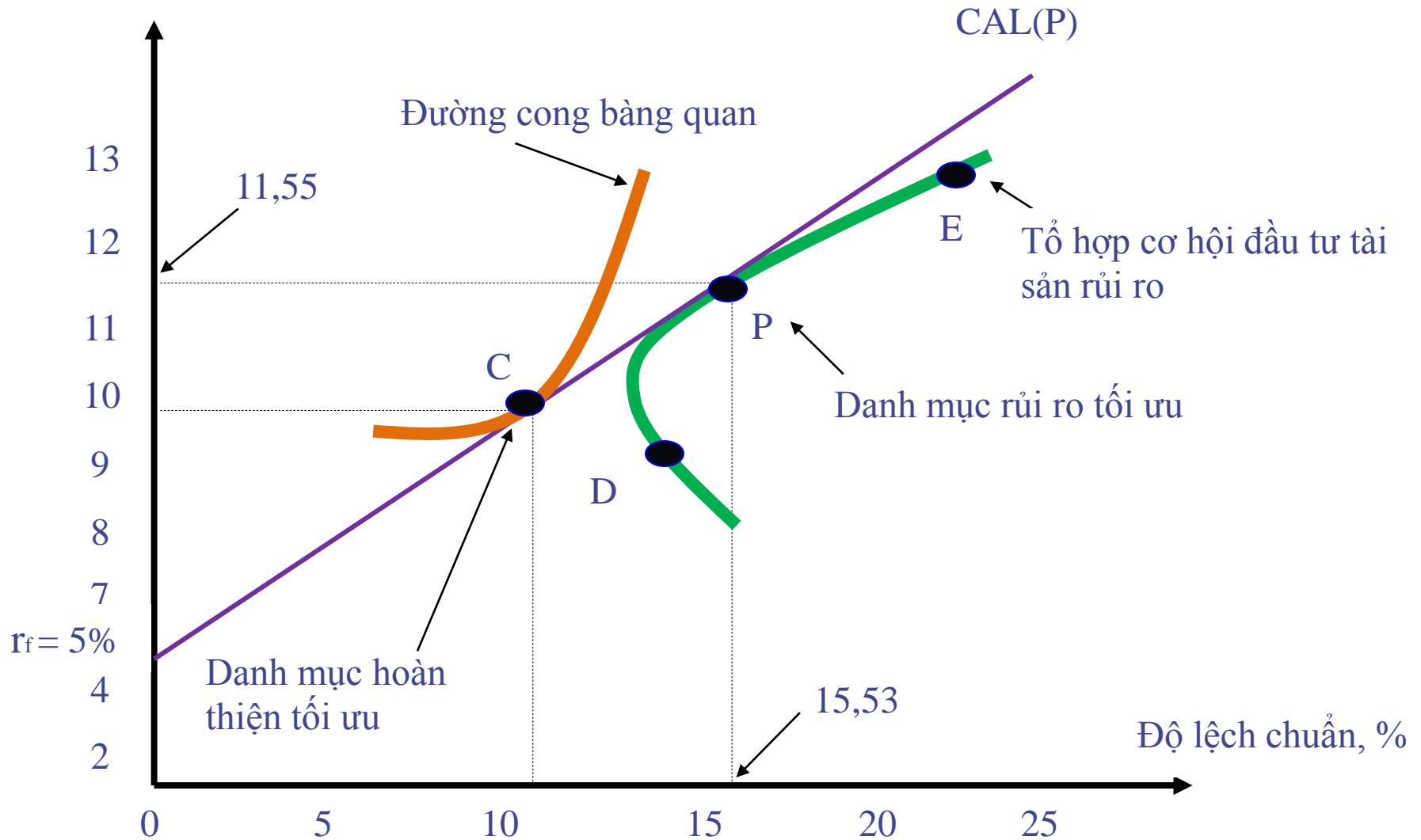
$$E(r_c) = W_p \times E(r_p) + W_f \times r_f$$

$$= 0,6789 \times 0,1155 + 0,3211 \times 0,05 = 9,44\%$$

$$\sigma_c = W_p \times \sigma_p = 0,6789 \times 0,1553 = 10,54\%$$

Hình 7.8: Danh mục hoàn thiện tối ưu

Lợi nhuận kỳ vọng, %



Ví dụ 7.5:

- Quỹ Dragon Capital gồm 2 loại CP X và Y và tín phiếu KBNN.

	Lợi nhuận kỳ vọng	Độ lệch chuẩn
X	10%	20%
Y	30%	60%
Tín phiếu kho bạc NN	5%	0%

- Hệ số tương quan X và Y là -0,2

Ví dụ 7.5:

a) Vẽ tổ hợp cơ hội đầu tư của 2 quỹ X và Y:

Quỹ	X	Y
X	400	-240
Y	-240	3600

■ Tỷ trọng DM có phương sai nhỏ nhất:

$$W_X = \frac{\sigma_Y^2 - Cov(r_X, r_Y)}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2Cov(r_X, r_Y)} = \frac{3600 - (-240)}{(400 + 3600) - [2 \times (-240)]} = 0,8571$$

$$W_Y = 1 - W_X = 0,1429$$

Ví dụ 7.5:

- Lợi nhuận kỳ vọng & độ lệch chuẩn danh mục có phương sai nhỏ nhất:

$$E(r_p) = (0,8571 \times 10) + (0,1429 \times 30) = 12,86\%$$

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \left[W_X^2 \sigma_X^2 + W_Y^2 \sigma_Y^2 + 2W_X W_Y \text{Cov}(r_X, r_Y) \right]^{1/2} \\ &= 17,56\%\end{aligned}$$

Lợi nhuận & độ lệch chuẩn danh mục theo các tỷ trọng đầu tư khác nhau

W_X	W_Y	$E(r_p)$	σ_p
0,0	1,0	30.00	60.00
0,1	0,9	28.00	53.64
0,2	0,8	26.00	47.36
0,3	0,7	24.00	41.22
0,4	0,6	22.00	35.28
0,5	0,5	20.00	29.66
0,6	0,4	18.00	24.59
0,7	0,3	16.00	20.47
0,8	0,2	14.00	17.98
0,9	0,1	12.00	17.80
1,0	0,0	10.00	20.00
0,8571	0,1429	12.86	17.57

Danh mục có phương sai nhỏ nhất 48

Ví dụ 7.5:

b) Danh mục rủi ro tối ưu

- Tỷ lệ đầu tư vào tài sản rủi ro:

$$W_X = \frac{(10-5)60^2 - (30-5)(-240)}{(10-5)60^2 + (30-5)20^2 - 30(-240)} = 0,6818$$

$$W_Y = 1 - W_X = 0,3182$$

- Lợi nhuận kỳ vọng & độ lệch chuẩn DMTU:

$$E(r_p) = (0,6818 \times 10) + (0,3182 \times 30) = 16,36\%$$

$$\sigma_p = \left\{ \begin{aligned} & \left((0,6818^2 \times 20^2) + (0,3182^2 \times 60^2) \right)^{1/2} \\ & + \left[2 \times 0,6818 \times 0,3182 \times (-240) \right] \end{aligned} \right\} = 21,13\%$$

Ví dụ 7.5:

- Danh mục p không phải là DM có phương sai nhỏ nhất.
- Với $W_X = 85,71\%$ và $W_Y = 14,29\%$, lợi nhuận kỳ vọng và độ lệch chuẩn của DM có phương sai nhỏ nhất là: $E(r) = 12,86\%$ và $SD = 17,57\%$.
- SD (DM tối ưu) $>$ SD (DM có phương sai nhỏ nhất)

c) Hệ số gốc của CAL tối ưu:

$$S = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{16,36 - 5}{21,13} = 0,5376$$

Ví dụ 7.5:

d) Tỷ lệ đầu tư vào danh mục hoàn thiện:

■ Với $A = 5$,

$$W_p = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2} = \frac{0,1636 - 0,05}{5 \times 0,2113^2} = 0,5089$$

- Cổ phiếu X: $0,5089 \times 68,18 = 34,70\%$
- Cổ phiếu Y: $0,5089 \times 31,82 = 16,19\%$
- Tín phiếu KBNN $1 - 0,5089 = 0,4911$ hay $49,11\%$

Mô hình lựa chọn danh mục Markowitz

- Xây dựng danh mục tối ưu gồm 3 bước:

Bước 1: Xác định mối tương quan giữa lợi nhuận và rủi ro từ tổ hợp cơ hội đầu tư các tài sản rủi ro

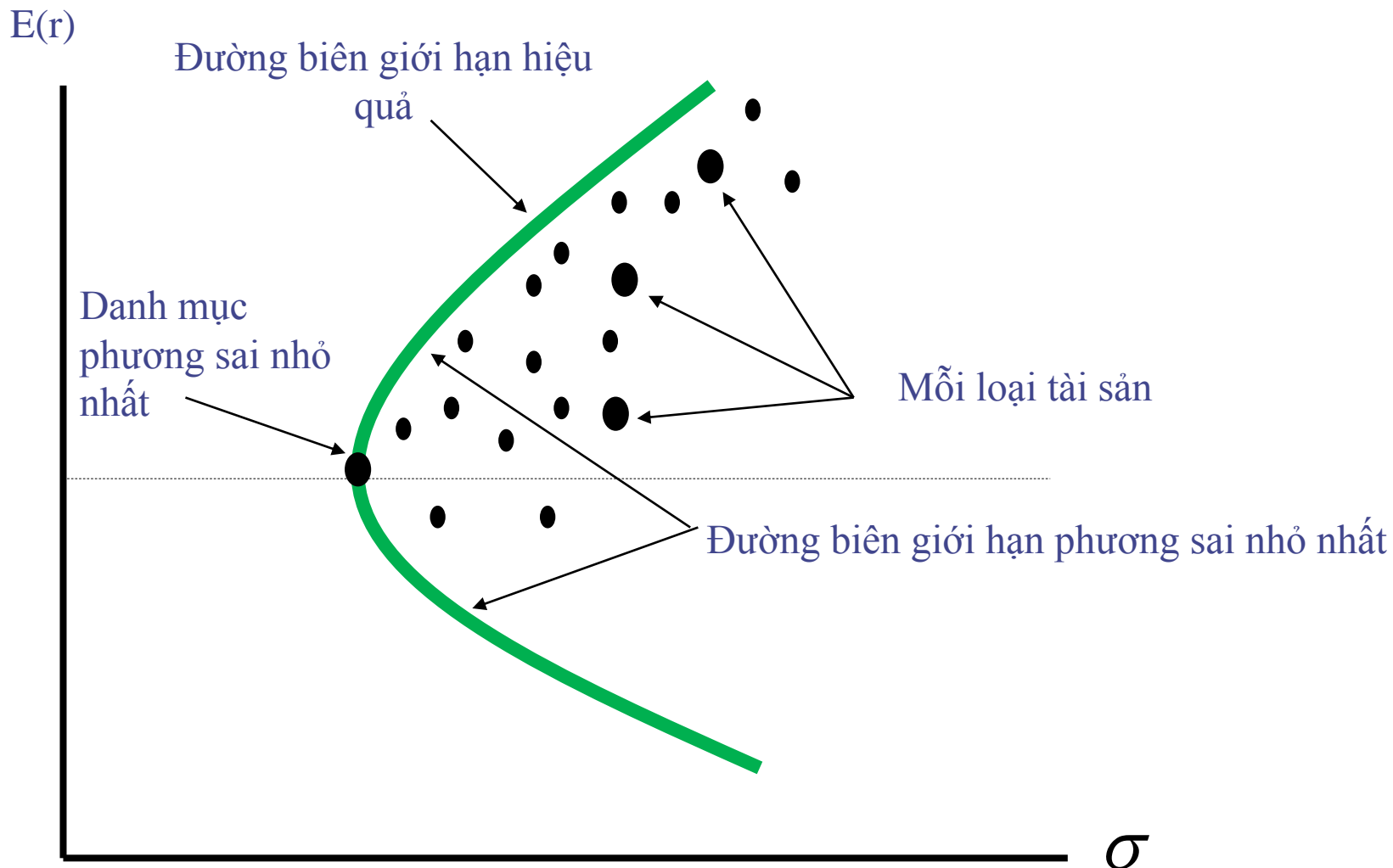
Bước 2: Xác định danh mục tài sản rủi ro tối ưu bằng cách tính tỷ lệ đầu tư của mỗi loại tài sản trong danh mục.

Bước 3: Lựa chọn danh mục hoàn thiện bằng cách cân đối giữa danh mục rủi ro tối ưu và tín phiếu kho bạc Nhà nước.

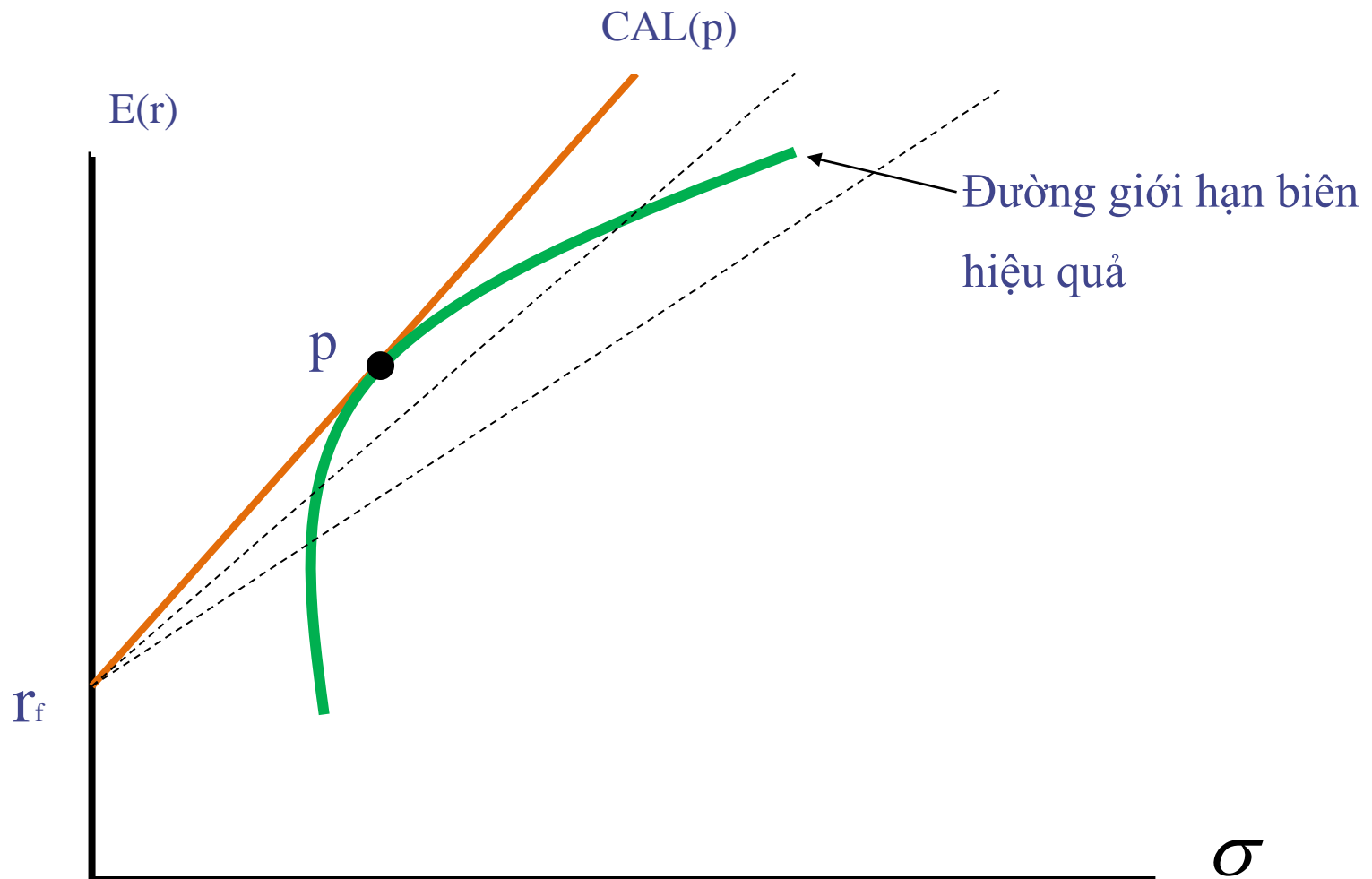
Mô hình lựa chọn danh mục Markowitz

- *Xác định cơ hội đầu tư:* Xác định đường biên giới hạn có phương sai nhỏ nhất của tài sản rủi ro.
- *Đường biên giới hạn:* Đồ thị thể hiện phương sai nhỏ nhất có thể đạt được ứng với một tỷ suất lợi nhuận cho trước của danh mục.
- Với lợi nhuận kỳ vọng, phương sai, và hiệp phương sai cho trước, có thể xác định danh mục có phương sai nhỏ nhất ứng với lợi nhuận kỳ vọng mục tiêu.

Đường biên giới hạn hiệu quả



Đường biên giới hạn hiệu quả & đường phân phối vốn tối ưu



Công thức tổng quát

- Có n chứng khoán sẽ có n ước lượng điểm của lợi nhuận kỳ vọng
- $n \times n$ ước lượng của ma trận hiệp phương sai
- Trong đó:
 - n các yếu tố theo đường chéo là ước lượng của phương sai (σ_i^2)
 - $n^2 - n = n(n-1)$ các yếu tố không thuộc đường chéo là ước lượng của hiệp phương sai

Công thức tổng quát

- Ví dụ: Danh mục có 50 chứng khoán, có 50 ước lượng lợi nhuận kỳ vọng, 50 ước lượng phương sai, 1.225 ước lượng hiệp phương sai.
- Lợi nhuận kỳ vọng và phương sai của danh mục (công thức tổng quát):

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i, r_j)$$

ÔN TẬP

- Nêu chiến lược đa dạng hóa danh mục?
- Nêu rủi ro hệ thống và phi hệ thống?
- Nêu công thức xác định lợi nhuận kỳ vọng, độ lệch chuẩn, phương sai, hiệp phương sai, và hệ số tương quan của danh mục 2 tài sản rủi ro?
- Nêu công thức xác định lợi nhuận kỳ vọng, độ lệch chuẩn, phương sai, hiệp phương sai, và hệ số tương quan của danh mục 2 tài sản rủi ro và 1 tài sản phi rủi ro.
- Nêu các bước xây dựng mô hình lựa chọn danh mục Markowitz.