TẠP CHÍ KHOA HỌC
Khoa học Tự nhiên và Công nghệ, Số 6 (9/2016) tr 50 - 58

LẬP CHƯƠNG TRÌNH BẰNG NGÔN NGỮ PASCAL TÍNH GẦN ĐÚNG TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH BẰNG CÔNG THỨC SIMPSON

Đoàn Vĩnh Ngọc, Hoàng Hiến, Trương Quốc Huấn
Khoa Tự nhiên, Trường Cao đẳng Sư phạm Điện Biên

Tóm tắt: *Phần lớn các tích phân xác định của một hàm số đều khó có thể tìm được giá trị đúng. Thay bằng việc tính giá trị đúng của một tích phân xác định, thì tin học có thể giúp ta tính được gần đúng tích phân xác định với một sai số ε (đủ nhỏ) nào đó.* ***"Lập chương trình bằng ngôn ngữ Pascal tính gần đúng tích phân xác định bằng công thức Simpson"*** *là một hướng dùng máy tính và ngôn ngữ lập trình để thay con người giải quyết bài toán về tích phân xác định một cách hữu hiệu nhất.*

Từ khóa: *Tích phân, gần đúng, hàm số, lập trình, ngôn ngữ Pascal, công thức SIMPSON.*

1. Đặt vấn đề

Như đã biết, nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn [a, b] và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn [a, b] thì ta có công thức Newton - Leibnitz như sau:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a), \quad \text{trong đó } F'(x) = f(x).$$

Trong thực tế ta thường phải tính tích phân xác định của hàm số $f(x)$ được cho bởi bảng giá trị, khi đó khái niệm nguyên hàm không có ý nghĩa. Mặt khác số lớp hàm $f(x)$ mà ta có thể tính được nguyên hàm của nó là rất ít. Phần lớn các biểu thức giải tích của hàm số $f(x)$ đã biết nhưng nguyên hàm $F(x)$ của nó không thể biểu diễn được bằng hàm số sơ cấp. Trong trường hợp ấy không thể dùng công thức Newton - Leibnitz để tính được tích phân xác định.

Với các hàm số không tính được nguyên hàm, hay việc tính nguyên hàm của nó gặp nhiều khó khăn, thì thay bằng việc tính chính xác tích phân xác định của hàm số, ta đi tính gần đúng tích phân xác định của hàm số đó.

Để tính gần đúng tích phân xác định của một hàm số ta có thể dùng công thức hình thang hoặc công thức Simpson. Nhưng khi dùng công thức Simpson thì độ chính xác cao hơn hay sai số nhỏ hơn. Vậy ***"Lập chương trình bằng ngôn ngữ Pascal tính gần đúng tích phân xác định bằng công thức Simpson"*** không chỉ là cách tính gần đúng tích phân xác định với độ chính xác cao mà còn là cách dùng máy tính thay con người giải quyết dạng bài toán này.

2. Nội dung

2.1. Một số khái niệm cơ bản

2.1.1. Định nghĩa tích phân

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a, b]$. Chia tùy ý đoạn này thành n phần bằng các điểm chia (và gọi là một *phân hoạch*):

$$a = x_0 < x_1 < ... < x_i < x_{i+1} < .... < x_{n-1} < x_n = b.$$

Ngày nhận bài: 5/7/2016. Ngày nhận đăng: 25/9/2016
Liên lạc: Đoàn Vĩnh Ngọc, e - mail: doanvinhngocdb@gmail.com

Ta ký hiệu Δx_i $(i=\overline{0,n-1})$ vừa là đoạn $[x_i, x_{i+1}]$ vừa là độ dài của đoạn thẳng đó. Trên mỗi đoạn Δx_i, ta lấy tùy ý một điểm ξ_i rồi lập tổng (gọi là *tổng tích phân*):

$$\sigma = \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i .$$

Rõ ràng tổng này phụ thuộc vào phép chia đoạn $[a,b]$ và cách chọn điểm ξ_i. Độ dài lớn nhất của các đoạn Δx_i $(i=\overline{0,n-1})$ (ký hiệu là λ) được gọi là *đường kính* của phân hoạch. Để cho độ dài của tất cả các đoạn Δx_i tiến tới 0 chỉ cần $\lambda \to 0$.

Khi đó giới hạn của tổng tích phân khi $\lambda \to 0$:

$$I = \lim_{\lambda \to 0} \sigma$$

có nghĩa là:

Với mọi $\varepsilon > 0$ tìm được $\delta > 0$ sao cho chỉ cần $\lambda < \delta$ (tức là mọi phân hoạch có đường kính nhỏ hơn δ), bất đẳng thức $|\sigma - I| < \varepsilon$ được thỏa mãn với bất kỳ cách chọn các điểm ξ_i.

Định nghĩa:

Giới hạn I của tổng tích phân σ khi $\lambda \to 0$, nếu có, được gọi là *tích phân xác định* - $f(x)$ hoặc tích phân Riemann - của hàm số trên đoạn $[a,b]$ và ký hiệu:

$$I = \int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i .$$

Khi đó ta nói hàm số $f(x)$ khả tích trên đoạn $[a,b]$, a và b tương ứng là *cận dưới* và *cận trên* của tích phân [3, 190].

2.1.2. Sai số

2.1.2.1. Số xấp xỉ

Định nghĩa: Ta gọi a gọi là số xấp xỉ của số đúng A, ký hiệu $a \approx A$, nếu a khác A không đáng kể và được dùng thay cho A trong tính toán.

Nếu a<A thì a gọi là xấp xỉ thiếu của A. Nếu a>A thì a gọi là xấp xỉ thừa của A [1, 5].

2.1.2.2. Sai số tuyệt đối

Định nghĩa: Hiệu $\Delta a = A - a$ (hoặc $\Delta a = a - A$) gọi là sai số của số xấp xỉ a. Trị tuyệt đối $\Delta = |\Delta a| = |A - a|$ gọi là sai số tuyệt đối của số xấp xỉ a [1, 6].

Định nghĩa: Sai số tuyệt đối giới hạn của số xấp xỉ a là số không nhỏ hơn sai số tuyệt đối của số xấp xỉ a [1, 6].

2.1.2.2. Sai số tương đối

Định nghĩa: Sai số tương đối của số xấp xỉ a, ký hiệu δ, là: $\delta = \frac{\Delta}{A} = \frac{|A-a|}{|A|}$ với giả thiết $A \neq 0$.

Từ đó $\Delta = |A|.\delta$ [1, 7].

Định nghĩa: Sai số tương đối giới hạn của số xấp xỉ a, ký hiệu δ_a là số không nhỏ hơn sai số tương đối của số xấp xỉ a. Do đó: $\delta \le \delta_a$ nghĩa là $\frac{\Delta}{|A|} \le \delta_a$.

Từ đó: $\Delta \le |A|.\delta_a$ và có thể chọn

$$\Delta_a = |A|.\delta_a \quad [1, 7].$$

2.2. Công thức Simpson và sai số

Để tính gần đúng $\int_a^b f(x)dx$ ta chia $[a,b]$ thành hai đoạn bằng nhau bởi các điểm chia $x_0 = a, x_1 = a + \frac{b-a}{2} = a + h, x_2 = b = a + 2h$ và thay hàm số dưới dấu tích phân $f(x)$ bằng đa thức nội suy Newton tiến bậc hai (đi qua ba điểm $A(x_0 = a, y_0 = f(x_0))$, $C(x_1 = a+h, y_1 = f(x_1))$ và $B(x_2 = a+2h = b, y_2 = f(x_2))$ có hoành độ đều nhau) xuất phát từ nút trùng với cận dưới $a = x_0$, ta có

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_2} P_2(x)dx.$$

Để tính được tích phân xác định ở vế phải, ta đổi biến số $x = x_0 + ht$. Khi đó dx = hdt, t biến thiên từ 0 đến 2 và ta được

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \approx \int_0^2 \left(y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2}\Delta^2 y_0 \right) h\,dt$$

$$= h\left(y_0 t + \Delta y_0 \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} \right) \right)\Bigg|_{t=0}^{t=2},$$

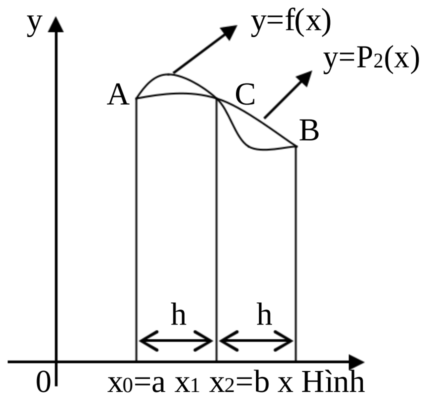
trong đó:

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0;$$

$$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = y_2 - y_1 - (y_1 - y_0) = y_2 - 2y_1 + y_0.$$

Vậy: $\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$ (1)

Về mặt hình học, (1) có nghĩa là diện tích hình thang cong $aACBb$ (ACB là cung đường cong $y = f(x)$ đi qua ba điểm A, C, B) được thay xấp xỉ bằng diện tích hình thang cong $aACBb$ (ACB là cung parabol $y = P_2(x)$ đi qua ba điểm A, C, B). Nói khác đi, đường cong $y = f(x)$ đi qua ba điểm A, C, B được thay xấp xỉ bởi đường Parabol $y = P_2(x)$ đi qua ba điểm A, C, B (Hình 1).



Hình 1

Công thức (1) được gọi là công thức Simpson.

Để xác định sai số: $R = \int_a^b f(x)\,dx - \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$, ta giả thiết rằng hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 4 liên tục trên [a, b]. Cố định điểm giữa x_1 và xem R là hàm số của h ($h \ge 0$):

$$R = R(h) = \int_{x_1-h}^{x_1+h} f(x)\,dx - \frac{h}{3}[(f(x_1 - h) + 4f(x_1) + f(x_1 + h)].$$

Đạo hàm ba lần theo h đẳng thức trên, ta có

$$R'(h) = f(x_1+h) + f(x_1-h) - \frac{1}{3}[f(x_1-h) + 4f(x_1) + f(x_1+h)] - \frac{h}{3}[-f'(x_1-h) + f'(x_1+h)]$$

$$= \frac{2}{3}[f(x_1-h) + f(x_1+h)] - \frac{4}{3}f(x_1) - \frac{h}{3}[-f'(x_1-h) + f'(x_1+h)]$$

$$R''(h) = \frac{2}{3}[-f'(x_1-h) + f'(x_1+h)] - \frac{1}{3}[-f'(x_1-h) + f'(x_1+h)] - \frac{h}{3}[-f''(x_1-h) + f''(x_1+h)]$$

$$= \frac{1}{3}[-f'(x_1-h) + f'(x_1+h)] - \frac{h}{3}[f''(x_1-h) + f''(x_1+h)]$$

$$R'''(h) = \frac{1}{3}[f''(x_1-h) + f''(x_1+h)] - \frac{1}{3}[f''(x_1-h) + f''(x_1+h)] - \frac{h}{3}[-f'''(x_1-h) + f'''(x_1+h)]$$

$$= -\frac{h}{3}[f'''(x_1+h) - f'''(x_1-h)].$$

Áp dụng công thức số gia hữu hạn (công thức Lagrange) đối với $f'''(x)$, ta có

$$R'''(h) = -\frac{2h^2}{3}f^{(4)}(c_3),\ c_3 \in (x_1 - h, x_1 + h)$$

Ngoài ra: R(0) = 0; R'(0) = 0; R''(0)=0.

Từ đó, áp dụng định lý trung bình thứ hai của tích phân xác định, ta nhận được

$$R''(h) = R''(0) + \int_0^h R'''(t)\,dt = \frac{2}{3}\int_0^h t^2 f^{(4)}(c_3)\,dt$$

$$= -\frac{2}{3}f^{(4)}(c_2)\int_0^h t^2\,dt = -\frac{2}{9}h^3 f^{(4)}(c_2);\ c_2 \in [x_1 - h, x_1 + h]$$

$$R'(h) = R'(0) + \int_0^h R''(t)\,dt = -\frac{2}{9}\int_0^h t^3 f^{(4)}(c_2)\,dt$$

$$= -\frac{2}{9}f^{(4)}(c_1)\int_0^h t^3\,dt = -\frac{1}{18}h^4 f^{(4)}(c_1);\ c_1 \in [x_1 - h, x_1 + h]$$

$$R(h) = R(0) + \int_0^h R'(t)\,dt = -\frac{1}{18}\int_0^h t^4 f^{(4)}(c_1)\,dt$$

$$= -\frac{1}{18}f^{(4)}(c)\int_0^h t^4\,dt = -\frac{1}{90}h^5 f^{(4)}(c);\ c \in [x_1 - h, x_1 + h].$$

Tóm lại, với giả thiết hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 4 liên tục trên $[a, b]$, ta có công thức Simpson sau đây

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right] - \frac{1}{90}h^5 f^{(4)}(c) \text{ với } h = \frac{b-a}{2},\ c \in [a, b]. \quad (2)$$

2.3. Công thức Simpson tổng quát và sai số

Để tính gần đúng tích phân xác định $\int_a^b f(x)dx$, ta chia đoạn $[a,b]$ thành n = 2m đoạn bằng nhau (nghĩa là n là số nguyên, dương và chẵn):

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], ..., [x_{2m-2}, x_{2m-1}], [x_{2m-1}, x_{2m}]$$

có độ dài là: $h = \frac{b-a}{n} = \frac{b-a}{2m}$ bởi các điểm chia:

$$x_0 = a;\ x_i = a + ih\ (i = \overline{1, 2m-1}),\ x_n = x_{2m} = b.$$

Ký hiệu: $y_i = f(x_i), i = \overline{0, n}$, khi đó:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + ... + \int_{x_{2m-2}}^{x_{2m}} f(x)dx \quad (3)$$

Đối với mỗi tích phân xác định ở vế phải của (3), ta tính gần đúng bằng công thức Simpson (1), ta nhận được:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) + \frac{h}{3}(y_2 + 4y_3 + y_4) + ... + \frac{h}{3}(y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m})$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[(y_0 + y_{2m}) + 4(y_1 + y_3 + ... + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + ... + y_{2m-2})]$$

hay: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[(y_0 + y_{2m}) + 4\sigma_1 + 2\sigma_2]$ (4),

trong đó $\sigma_1 = y_1 + y_3 + ... + y_{2m-1}; \sigma_2 = y_2 + y_4 + ... + y_{2m-2}$

Công thức (4) được gọi là công thức Simpson tổng quát.

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 4 liên tục trên $[a,b]$ thì do (2), sai số của công thức Simpson tổng quát là:

$$R = \int_{x_0}^{x_{2m}} f(x)dx - \frac{h}{3}\sum_{k=1}^{m}(y_{2k-2} + 4y_{2k-1} + y_{2k})$$

$$= \sum_{k=1}^{m}\left(\int_{x_{2k-2}}^{x_{2k}} f(x)dx - \frac{h}{3}(y_{2k-2} + 4y_{2k-1} + y_{2k})\right)$$

$$= -\frac{h^5}{90}\sum_{k=1}^{m} f^{(4)}(c_k) \quad (5)$$

với $c_k \in [x_{2k-2}, x_{2k}]$.

Xét trung bình cộng $\mu = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} f^{(4)}(c_k)$. Vì hàm $f^{(4)}(x)$ liên tục trên đoạn [a, b] nên nó đạt giá trị nhỏ nhất m_2 và giá trị lớn nhất M_2 trên [a, b]. Do đó $f^{(4)}(c_k)$ nhận giá trị trung gian giữa m_2 và M_2 tức là $m_2 \le f^{(4)}(c_k) \le M_2 (k = \overline{1, m})$. Vì vậy tồn tại điểm $c \in [a,b]$ sao cho $\mu = f^{(4)}(c)$ hay

$$\sum_{k=1}^{m} f^{(4)}(c_k) = m.\mu = m.f^{(4)}(c).$$

Thay vào (5), ta nhận được

$$R = -\frac{mh^5}{90}f^{(4)}(c) = -\frac{m.(b-a)h^4}{2.m.90}f^{(4)}(c) = -\frac{(b-a)h^4}{180}f^{(4)}(c), c \in [a,b] \quad (6)$$

Tóm lại, với giả thiết hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp bốn liên tục trên $[a,b]$ và chia đoạn lấy tích phân $[a,b]$ thành n = 2m đoạn bằng nhau, có độ dài $h = \frac{b-a}{n} = \frac{b-a}{2m}$ ta có công thức Simpson tổng quát sau:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[(y_0 + y_{2m}) + 4\sigma_1 + 2\sigma_2] - \frac{(b-a)h^4}{180} f^{(4)}(c), c \in [a,b] \quad (7)$$

trong đó: $\sigma_1 = y_1 + y_3 + \ldots + y_{2m-1}; \sigma_2 = y_2 + y_4 + \ldots + y_{2m-2}$.

Nhận xét:

Tính sai số của công thức Simpson tổng quát bằng công thức (7) đòi hỏi phải biết $f^{(4)}(x)$, nghĩa là phải biết biểu thức giải tích của hàm số $y = f(x)$. Nhưng trong thực tế, thường chỉ biết hàm số $y = f(x)$ dưới dạng bảng, do đó người ta thường xác định gần đúng sai số của công thức Simpson tổng quát như sau: giả sử trên $[a,b]$ đạo hàm $f^{(4)}(x)$ ít biến đổi, do (7), nhận được biểu thức gần đúng của sai số phải tìm là $R = Mh^4$, trong đó M xem là hằng số. Gọi $I_s(h)$ và $I_s(\frac{h}{2})$ là giá trị gần đúng của $I = \int_a^b f(x)dx$ nhận được từ công thức Simpson tổng quát với bước h và bước $\frac{h}{2}$, ta có:

$$I = I_s(h) + Mh^4$$

$$I = I_s\left(\frac{h}{2}\right) + M\left(\frac{h}{2}\right)^4.$$

Từ đó $I_s\left(\frac{h}{2}\right) - I_s(h) = \frac{15Mh^4}{16}$ và $\left|I - I_s\left(\frac{h}{2}\right)\right| \approx \frac{1}{15}\left|I_s\left(\frac{h}{2}\right) - I_s(h)\right| \quad (8)$

Với giả thiết đạo hàm $f''(x)$ ít biến đổi trên đoạn $[a,b]$, ta có công thức thực hành tính sai số: $\left|I - I_T\left(\frac{h}{2}\right)\right| \approx \frac{1}{3}\left|I_T\left(\frac{h}{2}\right) - I_T(h)\right| \quad (9)$, trong đó $I_T(h)$ và $I_T(\frac{h}{2})$ là giá trị gần đúng của $I = \int_a^b f(x)dx$ nhận được từ công thức hình thang tổng quát với bước h và bước $\frac{h}{2}$.

2.4. Ví dụ: Tính gần đúng tích phân xác định $I = \int_0^1 \frac{\sin(1+x^2)}{1+3x^3}dx$, với m = 5.

Ta có: n=2m=2.5=10; $[a;b] = [0;1] \Rightarrow h = \frac{1-0}{10} = 0,1$

$x_0 = 0$, $x_n = x_{10} = 1$, $x_i = x_0 + i.h = 0 + i.0,1$ ($i = \overline{1,9}$)

Ta có bảng giá trị của hàm f(x) tại các x_i:

i	x_i	$f(x_i)$
0	0	0.84147098
1	0.1	0.84429895
2	0.2	0.84219163
3	0.3	0.82019141
4	0.4	0.76913012
5	0.5	0.69017063
6	0.6	0.59336444
7	0.7	0.49124581
8	0.8	0.39337791
9	0.9	0.30484059
10	1	0.22732436

Vậy áp dụng công thức Simpson ta có:

$$I \approx \frac{h}{3}[f(x_0)+f(x_{10})+4(f(x_1)+f(x_3)+...+f(x_9))+2(f(x_2)+f(x_4)+...+f(x_8))]=0,6289$$

(làm tròn tới bốn chữ số thập phân).

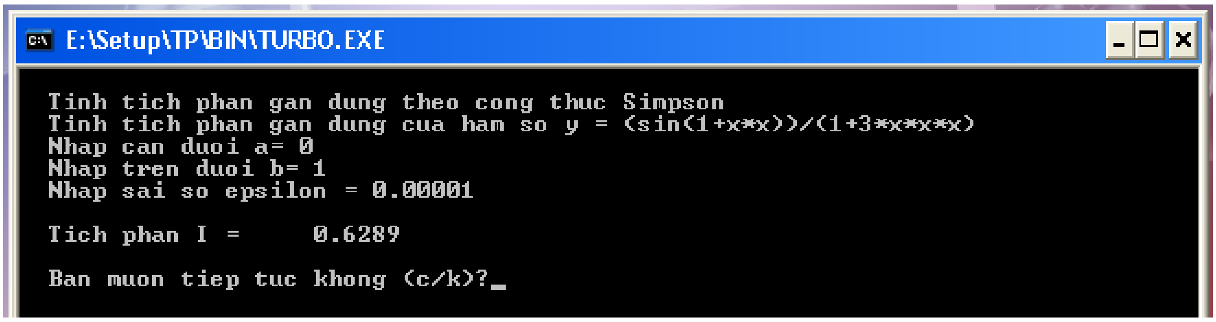
2.5. Chương trình

Tính gần đúng tích phân xác định $I=\int_a^b \frac{\sin(1+x^2)}{1+3x^3}dx$, cận a và b tùy ý nhập vào từ bàn phím với $a, b \in \mathbb{R}; a<b$.

```
PROGRAM PP_SIMPSON;
USES CRT;
VAR  i,n: integer;
    a,b,h,s0,s1,s2,i1,i2,epsilon: real;
    t: boolean;
    KT: Char;
{*********************************************************************}
FUNCTION f(x:real):real;
BEGIN
    f:=sin(1+x*x)/(1+3*x*x*x);
END;
{*********************************************************************}
BEGIN
    CLRSCR;
    REPEAT
        Writeln(' Tinh tich phan gan dung theo cong thuc Simpson');
        Writeln(' Tinh tich phan gan dung cua ham so  y = sin(1+x^2)/(1+3x^3) ');
        Write(' Nhap can duoi a= '); Readln(a);
        Write(' Nhap tren duoi b= '); Readln(b);
        Write(' Nhap sai so epsilon = '); Readln(epsilon);
        s2:=0;
        n:=2;
        h:=(b-a)/2;
        s1:=f(a+h);
        s0:=f(a)+f(b);
        i2:=h*(s0+4*s1+2*s2)/3;
        {Tinh tich phan}
        t:=false;
        Repeat
            i1:=i2;
            s2:=s1+s2;
            h:=h/2;
            s1:=0;
            FOR i:=1 TO n DO
                s1:=s1+f(a+(2*i-1)*h);
            n:=2*n;
```

```
            i2:=h*(s0+4*s1+2*s2)/3;
            if ABS(i2-i1)<epsilon then
              begin
                t:=true;
                Writeln(' Tich phan I = ',i2:10:2);
              end;
        Until t;
        Writeln;
        Write(' Ban muon tiep tuc khong (c/k)?'); Readln(KT);
    UNTIL UPCASE (KT)='K';
END.
```

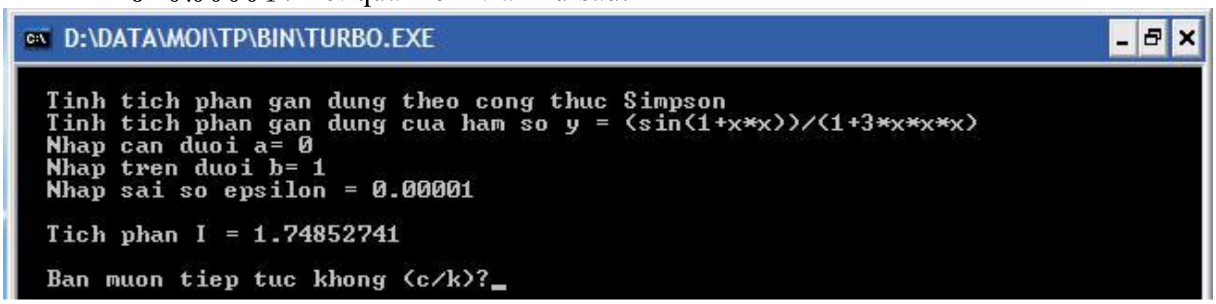
*** Kết quả khi chạy chương trình với a = 0, b = 1 và sai số của tích phân nhỏ hơn** $\varepsilon = 0.00001$:



Với độ chính xác $\varepsilon = 0.00001$, ta có $\int_0^1 \frac{\sin(1+x^2)}{1+3x^3}dx \approx 0.6289$

Ví dụ trên là cách tính tích phân gần đúng của một hàm số cụ thể. Với các hàm số khác, để tính được gần đúng tích phân của nó với cận trên và cận dưới tùy chọn ta có thể sửa phần hàm "FUNCTION f(x:real):real;" trong chương trình trên thành các hàm theo mong muốn sau đó chạy chương trình bình thường.

Tương tự với hàm trên ta tính được $\int_0^1 \frac{e^{x^2}+1}{1+5x^6}dx \approx 1.74852741$ với sai số của tích phân nhỏ hơn $\varepsilon = 0.00001$. Kết quả kiểm tra như sau:



3. Kết luận

Phương pháp Simpson chỉ là một trong các cách tính gần đúng tích phân xác định của một hàm số mà ta có thể lập trình để máy tính thực hiện thay con người. Ngoài ra còn có các phương pháp khác trong việc tính gần đúng tích phân xác định ta cũng có thể lập trình để giải quyết.

Một câu hỏi đặt ra là: Ngoài việc tính gần đúng tích phân xác định của một hàm số, còn bài toán nào có thể lập trình để máy tính thay thế con người tính được không? Có nhiều bài toán có thể làm như vậy. Từ đây mở ra hướng dùng máy tính và ngôn ngữ lập trình để giải quyết các bài toán mà theo cách giải thông thường ta không (hoặc rất khó) làm được.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] PGS. TS. Dương Thủy Vỹ (2007), *Giáo trình Phương pháp tính*, Nxb Khoa học kỹ thuật.

[2] PGS.TS Lê Khắc Thành (2003), *Giáo trình Pascal*, Nxb Đại học sư phạm.

[3] Nguyễn Xuân Liêm, Nguyễn Mạnh Quý (2002), *Toán cao cấp A2*, Nxb Giáo dục.

[4] Nguyễn Tô Thành (2007), *Lập trình nâng cao,* Nxb Đại học Quốc gia Hà Nội.

[5] Quách Tuấn Ngọc (2002), *Ngôn ngữ lập trình Pascal*, Nxb Thống kê.

[6] Volkov E.A. (1986), *Numerrical methods*, Mir Publishers, Moscow.

[7] Sastry S. S. (1989), *Introductory methods of numerical analysis*. Prentice - Hall of India Private limited, New Delhi.

USING PASCAL PROGRAMMING LANGUAGE TO CALCULATE APPROXIMATE VALUE OF DEFINITE INTEGRAL WITH SIMPSON'S FORMULA

Doan Vinh Ngoc, Hoang Hien, Truong Quoc Tuan

Dien Bien College

Abstract: *In fact, it is very difficult to find the correct value of the most definite integral of the function. In spite of calculating correct value of definite integral, informatics can help us calculate approximate value of definite integral with the so-called acceptable errors ε. "Pascal programming language calculates approximate value of definite integral by Simpson's rule" is the way to use computer and programming language to solve problems of definite integral effectively.*

Keywords: *Integral, approximate, function, programming, Pascal language, SIMPSON formula.*