# Đề thi thử Đại học và đáp án: Môn Toán khối A, A1, B và D (Năm 2014) - Trường THPT Hà Nội, Amsterdam

## *I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8 điểm)*

**Câu 1** (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y \quad x^3 \; 3x^2 \; 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ($C$) của hàm số đã cho.

b) Tìm trên đường thẳng $y \; 9x \; 7$ những điểm mà qua đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị ($C$) của hàm số.

**Câu 2** (2,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $\dfrac{\sqrt{\;}\, 2\sqrt{3}\sin 2x.\, 1 \cos 2x\; 4\cos 2x.\, \sin^2 x\; 3}{2\sin 2x \; 1}$ 0.

b) Giải phương trình: $2\log_2 x \;\; \log_{\frac{1}{2}} 1 \;\; 2\sqrt{x} \quad \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} 2x \;\; 2\sqrt{x} \quad 1 \;\; 3.$

**Câu 3** (1,5 *điểm*). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x \quad \sqrt{x^2 \;\; 4}\,y \quad \sqrt{y^2 \;\; 1} \quad 2 \\ 12y^2 \quad 10y \;\; 2 \;\; 2\sqrt[3]{x^3 \;\; 1} \end{cases}.$$

**Câu 4** (1,5 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $O$, cạnh $a$ , $BD$ $a$. Trên cạnh $AB$ lấy điểm $M$ sao cho $BM\; 2\,AM$ . Biết rằng hai mặt phẳng ($SAC$) và ($SDM$) cùng vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$) và mặt bên ($SAB$) tạo với mặt đáy một góc $60^0$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo $a$ và cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng $OM$ và $SA$.

**Câu 5** (1,0 *điểm*). Cho các số thực dương $a, b, c$ thỏa mãn: $a^2 \quad b^2 \;\; c^2 \quad 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P \;\; 3(a \;\; b \;\; c) \;\; 2 \quad \frac{1}{a} \;\; \frac{1}{b} \;\; \frac{1}{c}$.

## *II. PHẦN RIÊNG (2,0 điểm)*

***A. Dành cho thí sinh thi khối A, A1***

**Câu 6a** (1,0 *điểm*). Cho $P(x) \; x \; \frac{1}{\;} \; (x \quad x^2)^n$ . Xác định số hạng không phụ thuộc vào $x$ khi khai triển $P(x)$ biết $n$ là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 \;\; 2n \;\; A_{n\;1}^2$.

**Câu 7a** (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho tam giác $ABC$ có đỉnh $A$(1;5). Tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác lần lượt là $I$ 2;2 và $K\frac{5}{2}$;3 . Tìm tọa độ các đỉnh $B$ và $C$ của tam giác.

***A. Dành cho thí sinh thi khối B, D***

**Câu 6b** (1,0 *điểm*). Cho tập hợp $A$ tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0. Hỏi có thể lấy được bao số tự nhiên từ tập $A$ mà số đó chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

**Câu 7b** (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho hai điểm $A$(0;2), $B$ 0;$\frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $d_1 : x \ y \ 1 \ 0$, $d_2 : 2 \ x \ y \ 2 \ 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng $d$ đi qua gốc tọa độ và cắt $d_1$, $d_2$ lần lượt tại *M*, *N* sao cho *AM* song song với *BN*.

----- HẾT -----

TRƯỜNG HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN

# ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN THỨ I NĂM 2014
Môn: TOÁN

Câu 2
*(2,0 điểm)*

| Câu | | |
|---|---|---|
| Câu 1 *(2,0 điểm)* | | |
| | | |
| | | |

| Đáp án | Điểm |
|---|---|
| **a)** Học sinh tự giải | 1,0 |
| **b)** Gọi $M(m; 9m - 7)$ là điểm bất kì nằm trên đường thẳng $y = 9x - 7$. | |

Vì mọi đường thẳng có dạng $x = m$ không là tiếp tuyến của đồ thị ($C$) nên ta xét $d$ là đường thẳng đi qua $M$ và có dạng: $y = k(x - m) + 9m - 7$.

Đường thẳng $d$ là tiếp tuyến của ($C$) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = k(x - m) + 9m - 7 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = (3x^2 - 6x)(x - m) + 9m - 7 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases}$$

0,5

Qua $M$ kẻ được ba tiếp tuyến đến ($C$) khi hệ trên có ba nghiệm phân biệt hay phương trình sau có ba nghiệm phân biệt:

$$2x^3 - 3x^2 - 3mx^2 + 6mx - 9m + 5 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 1)\left(2x^2 - (5 - 3m)x + 5 - 9m\right) = 0$$

Do đó điều kiện của $m$ là:

$$\begin{cases} (5 - 3m)^2 - 8(5 - 9m) > 0 \\ 2.1^2 - (5 - 3m).1 + 5 - 9m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 42m - 15 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m < -5 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

0,5

Vậy các điểm $M$ cần tìm có tọa độ ($m$; $9m - 7$) với $m < -5$ hoặc $\frac{1}{3} < m \neq 1$.

a) Điều kiện: $\sin 2x \neq \frac{1}{2}$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương:

$$2\sqrt{3}\sin 2x.(1 + \cos 2x) - 4\cos 2x.\sin^2 x - 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin 2x.\cos 2x - 2\cos 2x(1 - \cos 2x) - 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x) - (3\sin^2 2x - 2\sqrt{3}\sin 2x.\cos 2x + \cos^2 2x) = 0$$
$$\Leftrightarrow (\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x)(\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x - 2) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 0 \\ \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2 \ (*) \end{array}\right.$$

0,5

Mà $\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x \neq 0$

$(*) \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{6}) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

0,5

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

| | | |
|---|---|---|
| | b) Điều kiện $0\ x\ \frac{1}{4}$.<br>Phương trình đã cho tương đương với:<br>$\frac{x^2}{1\ 2\sqrt{x}}\quad \frac{2x\ 2\sqrt{x}\ \ 1}{8}$<br>$\frac{x^2}{1\ 2\sqrt{x}}\quad \frac{4x\ 4\sqrt{x}\ \ 2}{16}\ *$. | 0,5 |
| | Chia hai vế của (*) cho $1\ 2\sqrt{x}$ ta được: $\frac{(4x)^2}{(1\ 2\sqrt{x})^2}\quad \frac{4x}{1\ 2\sqrt{x}}\quad 2.$<br>Đặt $t\ \ \frac{4x}{1\ 2\sqrt{x}}\quad t^2\ \ t\ 2\ \ t\ 2\ \ x\ 1\ \ \frac{\sqrt{3}}{2}$.<br>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x\ 1\ \ \frac{\sqrt{3}}{2}$. | 0,5 |
| **Câu 3**<br>***(1,5 điểm)*** | Phương trình đầu tiên của hệ tương đương với:<br>$x\ \sqrt{x^2\ \ 4}\ \ (2y)\ \sqrt{(2y)^2\ \ 4}\ \ (2y)$<br>$f\ x\ \ f\ \ 2y$ với $y\ f(t)\ \ t\ \sqrt{t^2\ \ 4}\ t$.<br>Ta có $f'(t)\ 1\ \ \frac{t}{\sqrt{t^2\ \ 4}}\ \ \frac{\sqrt{t^2\ 4}\ \ t}{\sqrt{t^2\ \ 4}}\ \ \frac{\lvert t\rvert\ t}{\sqrt{t^2\ \ 4}}\ \ 0,\ t\ \ f\ t$ là hàm số đồng biến trên $R$. Từ đó $f\ x\ \ f\ \ 2y\ x\ \ 2y$. | 0,75 |
| | Thế $x\ \ 2y$ vào phương trình sau của hệ phương trình đã cho ta được:<br>$3x^2\ 5x\ 2\ \ 2\sqrt[3]{x^3\ \ 1}$<br>$(x\ 1)^3\ \ 2(x\ 1)\ \ x^3\ \ 1\ 2\sqrt[3]{x^3\ \ 1}$<br>$g\ x\ 1\ \ g\ \sqrt[3]{x^3\ \ 1}$ với $y\ g(t)\ \ t^3\ \ 2t$.<br>Ta có $g'(t)\ 3t^2\ \ 2\ \ 0,\ t\ \ \ g\ t$ là hàm số đồng biến trên $R$. Từ đó:<br>$g\ x\ 1\ \ g\ \sqrt[3]{x^3\ \ 1}$<br>$x\ 1\ \ \sqrt[3]{x^3\ 1}\ 3x^2\ 3x\ 0$<br>$x\ \ 1\ \ y\ 2$<br>$x\ 0\ \ y\ 0$.<br>Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $1;2$ , $0;0$ . | 0,75 |
| **Câu 4**<br>***(1,5 điểm)*** | Gọi $H\ \ AC\ \ DM$ vì $SAC\ ABCD$ , $SDM\ ABCD\ \ \ SH\ \ ABCD$ .<br>Từ $H$ kẻ $HK\ \ AB\ \ SK\ \ AB\ \ SKH\ \ 60^o$ là góc giữa hai mặt phẳng $SAB$ và $ABCD$ .<br>Do $AM\ //\ CD\ \ \frac{HA}{HC}\ \ \frac{AM}{CD}\ \ \frac{1}{3}\ AH\ \ \frac{1}{4}\ AC\ \ \frac{AO}{2}$ .<br>Mà $ABD$ đều , $AO$ là đường cao<br>$AH\ \ \frac{a\sqrt{3}}{4}\ \ HK\ AH\ .\sin HAK\ \ \frac{a\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{1}{2}\ \ \frac{a\sqrt{3}}{8}$<br>$SH\ \ HK.\tan 60^o\ \ \frac{3a}{8}$ . | 0,75 |

| | | |
|---|---|---|
| | Vậy $V_{S.ABCD} \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} \frac{1}{3}.\frac{3a}{8}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. | |
| Câu 5<br>*(1,0 điểm)* | Ta có cos $OM;SA$ $\frac{OM.SA}{OM\ SA}$<br>Mà $OM.SA\ \ OA\ \ AM\ \ SH\ \ HA$<br>$AO.AH\ \ AM.AH\ \ \frac{1}{2}AO^2\ \ AM.AH.\cos 30^o$<br>$\frac{1}{2}\ \frac{a\sqrt{3}}{2\ 3}^2\ \ \frac{a}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}\ \frac{a^2}{4}$.<br>Vậy cos $OM, SA$ $\frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a\sqrt{13}}{6}\frac{a\sqrt{21}}{8}}\ \ \frac{12}{\sqrt{273}}$ | 0,75 |
| | Ta chứng minh $3a\ \ \frac{2}{a}\ \ \frac{a^2}{2}\ \ \frac{9}{2}$ với<br>$0\ a\ \sqrt{3}\ a^3\ \ 6a^2\ \ 9a\ \ 4\ \ 0\ \ a\ \ 1^2\ \ a\ \ 4\ \ 0$ (đúng) | 0,5 |
| Câu 6a<br>*(1,0 điểm)* | Tương tự $3b\ \ \frac{2}{b}\ \ \frac{b^2}{2}\ \ \frac{9}{2}$; $3c\ \ \frac{2}{c}\ \ \frac{c^2}{2}\ \ \frac{9}{2}$<br>Vậy $3\ a\ b\ c\ \ 2\ \ \frac{1}{a}\ \ \frac{1}{b}\ \ \frac{1}{c}\ \ \frac{1}{2}\ a^2\ \ b^2\ \ c^2\ \ \frac{27}{2}\ \ 15$<br>Dấu " " xảy ra khi $a\ \ b\ \ c\ \ 1$. | 0,5 |
| | $n\ \ N, n\ \ 3$<br>Ta có $C_n^3\ \ 2n\ A_{n\ 1}^2$ $\frac{n\ 1\ n\ 2}{6}$ $2n\ \ n\ \ 1\ n$ $n\ \ 8$ | 0,5 |
| Câu 7a<br>*(1,0 điểm)* | Ta có<br>$f\ x\ \ \frac{1}{x}\ \ 1\ \ x^8\ \ C_8^0\ \frac{1}{x^8}\ C_8^1\ \frac{1}{x^6}\ 1\ \ x\ \ C_8^2\ \frac{1}{x^4}\ \ 1\ \ x^2\ \ ...\ \ C_8^8\ x^8\ 1\ \ x^8$<br>Số hạng không phụ thuộc vào $x$ chỉ có trong hai biểu thức $C_8^3\ \frac{1}{x^2}\ 1\ \ x^3$ và<br>$C_8^4\ \ 1\ \ x^4$ Trong đó có hai số hạng không phụ thuộc $x$ là $C_8^3 C_3^2$ và $C_8^4\ C_4^0$<br>Vậy $C_8^3 C_3^2\ \ C_8^4 C_4^0\ \ \ 98$. | 0,5 |
| | Phương trình đường tròn ngoại tiếp $ABC$ tâm $K\ \ \frac{5}{2};3$ bán kính $R\ \ AK\ \ \frac{5}{2}$:<br>$x\ \ \frac{5}{2}^2\ \ y\ \ 3^2\ \ \frac{25}{4}$.<br>Phân giác $AI$ có phương trình $\frac{x\ 1}{2\ 1}\ \ \frac{y\ 5}{2\ 5}\ \ 3x\ \ y\ \ 8\ \ 0$<br>Gọi $D\ \ AI\ \ K$ tọa độ của $D$ là nghiệm của hệ $3x\ \ y\ \ 8\ \ 0$; $x\ \ \frac{5}{2}^2\ \ y\ \ 3^2\ \ \frac{25}{4}$ | 0,5 |

| | | |
|---|---|---|
| | Giải ra ta được hai nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$. | |
| | Lại có $\widehat{ICD}=\widehat{ICB}+\widehat{BCD}=\frac{\widehat{C}}{2}+\frac{\widehat{A}}{2}=\widehat{ICA}+\widehat{IAC}=\widehat{CIDICD}$ cân tại $D \Rightarrow DC=DI$ mà $DC=DB \Rightarrow B, C$ là nghiệm của hệ<br>$\begin{cases} \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=DI^2=\frac{5}{2} \\ \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+(y-3)^2=\frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right. \end{cases}$.<br>Vậy $B, C$ có tọa độ là $(1;1), (4;1)$. | 0,5 |
| **Câu 6b** *(1,0 điểm)* | Số cách chọn 3 chữ số phân biệt *a, b, c* từ 9 chữ số thập phân khác 0 là $C_9^3$. Chọn 2 chữ số còn lại từ 3 chữ số đó, có 2 trường hợp sau đây:<br>*Trường hợp 1*. Cả 2 chữ số còn lại cùng bằng 1 trong 3 chữ số *a, b, c*: có 3 cách; mỗi hoán vị từ 5! hoán vị của 5 chữ số (chẳng hạn) *a, a, a, b, c* tạo ra một số tự nhiên *n*; nhưng cứ 3! hoán vị của các vị trí mà *a, a, a* chiếm chỗ thì chỉ tạo ra cùng một số *n*, nên trong trường hợp này có cả thảy $3\cdot\frac{5!}{3!}=60$ số tự nhiên. | 0,5 |
| | *Trường hợp 2*. Một trong 2 chữ số còn lại bằng 1 trong 3 chữ số *a, b, c* và chữ số kia bằng 1 chữ số khác trong 3 chữ số đó: có 3 cách; mỗi hoán vị từ 5! hoán vị của 5 chữ số (chẳng hạn) *a, a, b, b, c* tạo ra một số tự nhiên *n*; nhưng cứ 2! hoán vị của các vị trí mà *a, a* chiếm chỗ và 2! hoán vị của các vị trí mà *b, b* chiếm chỗ thì chỉ tạo ra cùng một số *n*, nên trong trường hợp này có cả thảy $3\cdot\frac{5!}{2!2!}=90$ số tự nhiên.<br>Vậy: $(60+90)C_9^3=150\cdot\frac{9!}{3!6!}=150\cdot7\cdot4\cdot3=12600$ số thỏa mãn điều kiện đề bài. | 0,5 |
| **Câu 7b** *(1,0 điểm)* | Giả sử $M\in d_1 \Rightarrow M(t;1-t)$, $N\in d_2 \Rightarrow N(s;2-2s)$<br>Nếu $t=0 \Rightarrow M(0;1) \Rightarrow AM\ Oy$ (loại)<br>Do *O, M, N* thẳng hàng và *AM // BN* nên:<br>$\begin{cases} \overrightarrow{OM}=k\overrightarrow{ON} \\ \overrightarrow{AM}=l\overrightarrow{BN} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{s}{t}=\frac{2-2s}{1-t} \\ \frac{s}{t}=\frac{\frac{6}{5}-2s}{3-t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3st-s=2t \\ 15st-15s=6t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{5}{2}s \\ \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=\frac{4}{5} \end{cases}$. Vậy<br>$M(2;-1)$, $N\left(\frac{4}{5};\frac{2}{5}\right)$. | 1,0 |

*Chú ý*. Nếu học sinh có cách giải khác mà kết quả đúng vẫn tính điểm tối đa.