Đề thi thử Đại học môn Toán khối B của trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn thi: TOÁN, khối B
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Trên (C) lấy hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là a và b. Tìm điều kiện đối với a và b để hai tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình lượng giác: $\dfrac{1}{\tan x + \cot 2x} = \dfrac{\sqrt{2}\left(\cos x - \sin x\right)}{\cot x - 1}$
2. Giải bất phương trình: $\log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x-2} > \dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}\left(x+3\right)$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)dx$

Câu IV (1 điểm) Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông ABCD cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng (ABCD) tạo với đáy hình trụ góc 45^0. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

Câu V (1 điểm) Cho phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + 2m\sqrt{x(1-x)} - 2\sqrt[4]{x(1-x)} = m^3$

Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

PHẦN RIÊNG (3 điểm): Thí sinh chỉ làm một trong hai phần (Phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình chuẩn.

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) và đường thẳng Δ định bởi: $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0;\ \Delta: x + 2y - 12 = 0$. Tìm điểm M trên Δ sao cho từ M vẽ được với (C) hai tiếp tuyến lập với nhau một góc 60^0.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD với A(2;1;0), B(1;1;3), C(2;-1;3), D(1;-1;0). Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Câu VII.a (1 điểm) Có 10 viên bi đỏ có bán kính khác nhau, 5 viên bi xanh có bán kính khác nhau và 3 viên bi vàng có bán kính khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 9 viên bi có đủ ba màu?

2. Theo chương trình nâng cao.

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I thuộc đường thẳng $\left(d\right): x - y - 3 = 0$ và có hoành độ $x_I = \dfrac{9}{2}$, trung điểm của một cạnh là giao điểm của (d) và trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình là

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0,\ (P): 2x + 2y - z + 16 = 0.$$

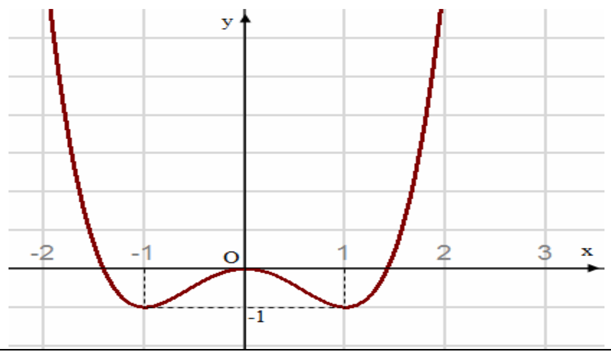
Điểm M di động trên (S) và điểm N di động trên (P). Tính độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN. Xác định vị trí của M, N tương ứng.

Câu VII.b (1 điểm) Cho a,b,c là những số dương thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh bất đẳng thức

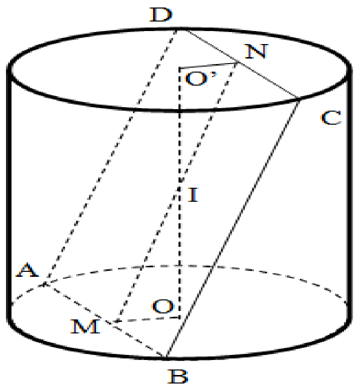
$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\ge\frac{4}{a^2+7}+\frac{4}{b^2+7}+\frac{4}{c^2+7}$$

---------------------Hết---------------------

Đáp án.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I			**2,00**
	1		**1,00**
		+ MXĐ: $D=\mathbb{R}$	0,25
		+ Sự biến thiên • Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ • $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$	0,25
		• Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & -1 & \nearrow & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$ $y_{CT1}=y(-1)=-1;\ y_{CT2}=y(1)=-1;\ y_{CĐ}=y(0)=0$	0,25
		• Đồ thị  	0,25
	2		**1,00**
		Ta có $f'(x)=4x^3-4x$. Gọi a, b lần lượt là hoành độ của A và B. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại A và B là $k_A=f'(a)=4a^3-4a,\ k_B=f'(b)=4b^3-4b$ Tiếp tuyến tại A, B lần lượt có phương trình là: $y=f'(a)(x-a)+f(a)=f'(a)x+f(a)-af'(a)$; $y=f'(b)(x-b)+f(b)=f'(b)x+f(b)-bf'(b)$	

		Hai tiếp tuyến của (C) tại A và B song song hoặc trùng nhau khi và chỉ khi: $$k_A = k_B \Leftrightarrow 4a^3 - 4a = 4b^3 - 4b \Leftrightarrow (a-b)(a^2+ab+b^2-1) = 0\ (1)$$ Vì A và B phân biệt nên $a \neq b$, do đó (1) tương đương với phương trình: $$a^2+ab+b^2-1=0\ (2)$$	
		Mặt khác hai tiếp tuyến của (C) tại A và B trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ f(a)-af'(a)=f(b)-bf'(b) \end{cases} (a \neq b) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ -3a^4+2a^2=-3b^4+2b^2 \end{cases}$, Giải hệ này ta được nghiệm là (a;b) = (-1;1), hoặc (a;b) = (1;-1), hai nghiệm này tương ứng với cùng một cặp điểm trên đồ thị là $(-1;-1)$ và $(1;-1)$. Vậy điều kiện cần và đủ để hai tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau là $$\begin{cases} a^2+ab+b^2-1=0 \\ a \neq \pm 1 \\ a \neq b \end{cases}$$	
II			**2,00**
	1		**1,00**
		Điều kiện: $\begin{cases} \cos x.\sin 2x.\sin x.(\tan x+\cot 2x) \neq 0 \\ \cot x \neq 1 \end{cases}$	0,25
		Từ (1) ta có: $\dfrac{1}{\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}} = \dfrac{\sqrt{2}(\cos x-\sin x)}{\dfrac{\cos x}{\sin x}-1} \Leftrightarrow \dfrac{\cos x.\sin 2x}{\cos x} = \sqrt{2}\sin x$	0,25
		$\Leftrightarrow 2\sin x.\cos x = \sqrt{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
		Giao với điều kiện, ta được họ nghiệm của phương trình đã cho là $x = -\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	2		**1,00**
		Điều kiện: $x > 3$	0,25
		Phương trình đã cho tương đương: $\dfrac{1}{2}\log_3(x^2-5x+6)+\dfrac{1}{2}\log_{3^{-1}}(x-2) > \dfrac{1}{2}\log_{3^{-1}}(x+3)$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_3(x^2-5x+6)-\dfrac{1}{2}\log_3(x-2) > -\dfrac{1}{2}\log_3(x+3)$ $\Leftrightarrow \log_3[(x-2)(x-3)] > \log_3(x-2)-\log_3(x+3)$	0,25
		$\Leftrightarrow \log_3[(x-2)(x-3)] > \log_3\left(\dfrac{x-2}{x+3}\right)$ $\Leftrightarrow (x-2)(x-3) > \dfrac{x-2}{x+3}$ $\Leftrightarrow x^2-9>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\sqrt{10} \\ x > \sqrt{10} \end{array} \right.$	0,25

		Giao với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x>\sqrt{10}$	0,25
III			**1,00**
	1		**1,00**
		$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 2x\left(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\right)dx$ $=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\right)d\left(\sin 2x\right)$	0,50
		$=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\left(\sin 2x\right)-\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 2xd\left(\sin 2x\right)$ $=\frac{1}{2}\sin 2x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{1}{12}\sin^3 2x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}=0$	0,50
IV			**1,00**
		 Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Khi đó $OM\perp AB$ và $O'N\perp CD$. Giả sử I là giao điểm của MN và OO'. Đặt R = OA và h = OO'. Khi đó: ΔIOM vuông cân tại O nên: $OM=OI=\frac{\sqrt{2}}{2}IM\Rightarrow\frac{h}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{a}{2}\Rightarrow h=\frac{\sqrt{2}}{2}a.$	0,25
		Ta có: $R^2=OA^2=AM^2+MO^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{8}=\frac{3a^2}{8}$	0,25
		$\Rightarrow V=\pi R^2h=\pi.\frac{3a^2}{8}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16},$	0,25
		và $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}.$	0,25
V			**1,00**
		Phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$ (1) Điều kiện : $0\le x\le 1$ Nếu $x\in[0;1]$ thỏa mãn (1) thì 1 – x cũng thỏa mãn (1) nên để (1) có nghiệm duy nhất thì cần có điều kiện $x=1-x\Rightarrow x=\frac{1}{2}$. Thay $x=\frac{1}{2}$ vào (1) ta được: $2.\frac{1}{\sqrt{2}}+m-2.\frac{1}{\sqrt{2}}=m^3\Rightarrow\begin{cases}m=0\\m=\pm 1\end{cases}$	0,25

		* Với m = 0; (1) trở thành: $$\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$ Phương trình có nghiệm duy nhất.	0,25
		* Với m = -1; (1) trở thành $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=-1$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt[4]{x(1-x)}\right)+\left(x+1-x-2\sqrt{x(1-x)}\right)=0$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2+\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2=0$ + Với $\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ + Với $\sqrt{x}-\sqrt{1-x}=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ Trường hợp này, (1) cũng có nghiệm duy nhất.	0,25
		* Với m = 1 thì (1) trở thành: $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=1-2\sqrt{x(1-x)}\Leftrightarrow\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2$ Ta thấy phương trình (1) có 2 nghiệm $x=0,\ x=\frac{1}{2}$ nên trong trường hợp này (1) không có nghiệm duy nhất. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi m = 0 và m = -1.	0,25
VIa			**2,00**
	1		**1,00**
		Đường tròn (C) có tâm I(2;1) và bán kính $R=\sqrt{5}$. Gọi A, B là hai tiếp điểm của (C) với hai tiếp của (C) kẻ từ M. Nếu hai tiếp tuyến này lập với nhau một góc 60^0 thì IAM là nửa tam giác đều suy ra $IM=2R=2\sqrt{5}$. Như thế điểm M nằm trên đường tròn (T) có phương trình: $(x-2)^2+(y-1)^2=20$.	0,25
		Mặt khác, điểm M nằm trên đường thẳng Δ, nên tọa độ của M nghiệm đúng hệ phương trình: $\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=20\ (1)\\ x+2y-12=0\ (2)\end{cases}$	0,25
		Khử x giữa (1) và (2) ta được: $(-2y+10)^2+(y-1)^2=20\Leftrightarrow 5y^2-42y+81=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\frac{27}{5}\end{array}\right.$	0,25
		Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là: $M\left(3;\frac{9}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{27}{5};\frac{33}{10}\right)$	0,25
	2		**1,00**
		Ta tính được $AB=CD=\sqrt{10},\ AC=BD=\sqrt{13},\ AD=BC=\sqrt{5}$.	0,25
		Vậy tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối đôi một bằng nhau. Từ đó ABCD là một tứ diện gần đều. Do đó tâm của mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện là trọng tâm G của tứ diện này.	0,25

		Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tâm là $G\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$, bán kính là $R=GA=\frac{\sqrt{14}}{2}$.	0,50
VII a			**1,00**
		Số cách chọn 9 viên bi tùy ý là : C_{18}^{9}.	0,25
		Những trường hợp không có đủ ba viên bi khác màu là: + Không có bi đỏ: Khả năng này không xảy ra vì tổng các viên bi xanh và vàng chỉ là 8. + Không có bi xanh: có C_{13}^{9} cách. + Không có bi vàng: có C_{15}^{9} cách.	0,25
		Mặt khác trong các cách chọn không có bi xanh, không có bi vàng thì có C_{10}^{9} cách chọn 9 viên bi đỏ được tính hai lần. Vậy số cách chọn 9 viên bi có đủ cả ba màu là: $C_{10}^{9}+C_{18}^{9}-C_{13}^{9}-C_{15}^{9}=42910$ cách.	0,50
VIb			**2,00**
	1		**1,00**
		I có hoành độ $x_I=\frac{9}{2}$ và $I\in(d):x-y-3=0\Rightarrow I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ Vai trò A, B, C, D là như nhau nên trung điểm M của cạnh AD là giao điểm của (d) và Ox, suy ra M(3;0) $AB=2IM=2\sqrt{(x_I-x_M)^2+(y_I-y_M)^2}=2\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=3\sqrt{2}$ $S_{ABCD}=AB.AD=12 \Leftrightarrow AD=\frac{S_{ABCD}}{AB}=\frac{12}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{2}.$ $\begin{cases}AD\perp(d)\\ M\in AD\end{cases}$, suy ra phương trình AD: $1.(x-3)+1.(y-0)=0\Leftrightarrow x+y-3=0$. Lại có MA = MD = $\sqrt{2}$. Vậy tọa độ A, D là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x+y-3=0\\ \sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-x+3\\ (x-3)^2+y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-x+3\\ (x-3)^2+(3-x)^2=2\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-x\\ x-3=\pm1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=4\\ y=-1\end{cases}$.Vậy A(2;1), D(4;-1),	0,50
		$I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của AC, suy ra: $\begin{cases}x_I=\frac{x_A+x_C}{2}\\ y_I=\frac{y_A+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=2x_I-x_A=9-2=7\\ y_C=2y_I-y_A=3-1=2\end{cases}$ Tương tự I cũng là trung điểm BD nên ta có: B(5;4). Vậy tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật là (2;1), (5;4), (7;2), (4;-1).	0,50
	2		**1,00**
		Mặt cầu (S) tâm I(2;-1;3) và có bán kính R = 3. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P): $d=d(I,(P))=\frac{\lvert 2.2+2.(-1)-3+16\rvert}{3}=5\Rightarrow d>R$. Do đó (P) và (S) không có điểm chung.Do vậy, min MN = d –R = 5 -3 = 2.	0,25

		Trong trường hợp này, M ở vị trí M_0 và N ở vị trí N_0. Dễ thấy N_0 là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P) và M_0 là giao điểm của đoạn thẳng IN_0 với mặt cầu (S). Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với (P), thì N_0 là giao điểm của Δ và (P). Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{n}_P=(2;2;-1)$ và qua I nên có phương trình là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+2t \\ z=3-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.	0,25
		Tọa độ của N_0 ứng với t nghiệm đúng phương trình: $2(2+2t)+2(-1+2t)-(3-t)+16=0 \Leftrightarrow 9t+15=0 \Leftrightarrow t=-\frac{15}{9}=-\frac{5}{3}$ Suy ra $N_0\left(-\frac{4}{3};-\frac{13}{3};\frac{14}{3}\right)$.	0,25
		Ta có $\overrightarrow{IM_0}=\frac{3}{5}\overrightarrow{IN_0}$. Suy ra $M_0(0;-3;4)$	0,25
VII b			**1,00**
		Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y}\ (x>0, y>0)$ Ta có: $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\ge\frac{4}{a+2b+c}$; $\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\ge\frac{4}{a+b+2c}$; $\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\ge\frac{4}{2a+b+c}$	0,50
		Ta lại có: $\frac{1}{2a+b+c}\ge\frac{2}{2a^2+b^2+c^2+4}=\frac{2}{a^2+7} \Leftrightarrow 2a^2+b^2+c^2+4-4a-2b-2c\ge 0$ $\Leftrightarrow 2(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2\ge 0$ Tương tự: $\frac{1}{2b+c+a}\ge\frac{2}{b^2+7}$; $\frac{1}{2c+a+b}\ge\frac{2}{c^2+7}$ Từ đó suy ra $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\ge\frac{4}{a^2+7}+\frac{4}{b^2+7}+\frac{4}{c^2+7}$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.	0,50