Đề thi khảo sát đại học, cao đẳng năm học 2014-2015 lần 1 có đáp án môn: Toán - Trường THPT Nam Yên Thành

Câu 1 (2,0 điểm).

Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$ (1), với m là tham số thực.

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b. Tìm giá trị của m để hàm số (1) đạt cực trị tại x_1 , x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 2 (1,0 điểm).

Giải phương trình: $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x.\cos 2x$

Câu 3 (1,0 điểm).

Giải phương trình: $\log_{(x+3)}\left(3 - x - 1\right) = \frac{1}{2} \quad | \quad | \quad -$

Câu 4 (1,0 điểm).

a. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(3-2x)^{12}$.

b. Một lô hàng có 10 sản phẩm cùng loại, trong đó có 2 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 6 sản phẩm. Tính xác suất để có nhiều nhất một phế phẩm.

Câu 5 (1,0 điểm).

Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm $x \in \left[0; 1 + \sqrt{3}\right]$:

$$m\left(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1\right) + x(2 - x) \le 0$$

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 4a. Trên cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm H và K sao cho $BH = 3HA$ và $AK = 3KD$. Trên đường thẳng (d) vuông góc với (ABCD) tại H lấy điểm S sao cho $\angle SBH = 30^0$. Gọi E là giao điểm của CH và BK.

a. Tính thể tích khối chóp S.$BHKC$

c. Chứng minh các điểm S , A, H , E , K nằm trên một mặt cầu và tính thể tích của khối cầu đó.

Câu 7 (1,0 điểm).

d. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $D(-6;-6)$. Đường trung trực của đoạn DC có phương trình $\Delta_1: 2x+3y+17=0$ và đường phân giác của góc BAC có phương trình $\Delta_2: 5x+y-3=0$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$.

$$16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy - y)(4xy^2+3)$$

Câu 8 (1,0 điểm).

Giải hệ phương trình: $\{$

Câu 9 (1,0 điểm).

Cho a,b,c là các số thực không âm và thỏa mãn $a+b+c=\sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

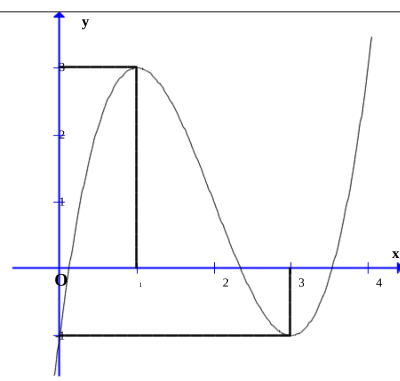
$$P = -2(ab+bc+ca)^3 + 27a^2b^2c^2 - 3(a^2+b^2+c^2) + 6(ab+bc+ca)$$

−−−−−−−−−−−Hết-----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……………………………………; Số báo danh:……………………........................

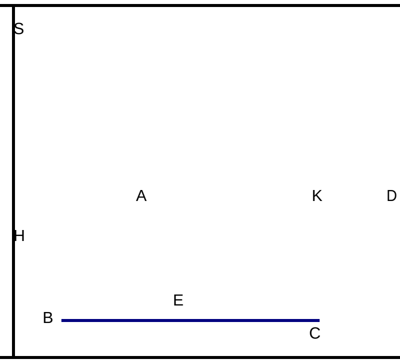
ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT ĐH-CĐ NĂM HỌC 2014-2015

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>NỘI DUNG CHÍNH</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Câu 1a</td><td>Với $m = 1$ ta có $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.
* Tập xác định: D = R
* Sự biến thiên
• Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Các khoảng đồng biến $(-\infty, 1)$ vµ $(3, +\infty)$; khoảng nghịch biến (1, 3).
• Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = y(3) = -1$.
• Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Bảng biến thiên:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 1   3 $+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+ 0   -   0   +</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$ ↗ 3 ↘ -1 ↗ $+\infty$</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>* Đồ thị:
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Câu 1b</td><td>Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 9.$
Hàm số đạt cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm pb là x_1, x_2</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2.
$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > -1 + \sqrt{3} \\ m < -1 - \sqrt{3} \end{array}\right.$ (1)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+) Theo định lý Viet ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$; $x_1 x_2 = 3$. Khi đó
$|x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 12 = 16$
$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 - \sqrt{7} \\ m = -1 + \sqrt{7} \end{array}\right.$ (2)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ (1) và (2) suy ra giá trị của $m = -1 - \sqrt{7}$; $m = -1 + \sqrt{7}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Câu 2</td><td>Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x + \cos 2x = 1 + \sin 3x - \sin x$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x = 0$</td><td></td></tr>
</table>

0,25

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ Với $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi\,(k\in Z)$	0,25
	Với $\sin x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\end{array}\right.$ $(k\in Z)$ Vậy phương trình có 3 họ nghiệm $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi;\ x=k\pi\,(k\in Z)$	0,25
Câu 3	Điều kiện: $\begin{cases}0<x+3\neq 1\\ 3-\lvert x-1\rvert>0\end{cases} \Leftrightarrow -2<x<4$	0,25
	$\log_{x+3}\left(3-\lvert x-1\rvert\right)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 3-\lvert x-1\rvert=\sqrt{x+3}$ (1) . với $-2<x<1$: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=x+2$ Giải phương trình trên được nghiệm x = $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn và $x=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$ loại	0,25
	. với $1\le x<4$: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=4-x \Leftrightarrow x^2-9x+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{9-\sqrt{29}}{2}\\ x=\frac{9+\sqrt{29}}{2}\end{array}\right.$ kết hợp với miền đang xét suy ra $x=\frac{9-\sqrt{29}}{2}$ thỏa mãn.	0,25
	Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x=\frac{9-\sqrt{29}}{2}$	0,25
Câu 4		
a.	Ta có $(3-2x)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^{k}.3^{12-k}.(-2x)^{k}$. Để số hạng tổng quát chứa x^3 thì $k=3$.	0,25
	Vậy hệ số của x^3 là $C_{12}^{3}.3^{9}.(-8)=-34642080$.	0,25
b.	Số cách chọn 6 sản phẩm từ 10 sản phẩm là C_{10}^{6} Số cách chọn 6 sản phẩm mà không có phế phẩm là C_{8}^{6} Số cách chọn 6 sản phẩm mà có đúng một phế phẩm là $C_8^5.C_2^1$	0,25
	Số cách chọn 6 sản phẩm mà có nhiều nhất 1 phế phẩm là $C_8^6+C_8^5.C_2^1$ Xác suất cần tìm là: $\frac{C_8^6+C_8^5.C_2^1}{C_{10}^6}=\frac{2}{3}$	0,25
Câu 5	Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+2}$ do $x\in[0;1+\sqrt{3}]$ nên $t\in[1;2]$	0,25

0,25

	Bất phương trình trở thành: $m \le \frac{t^2-2}{t+1}$	
	Khảo sát hàm số $g(t)=\frac{t^2-2}{t+1}$ với $t \in [1;2]$ Ta có: $g'(t)=\frac{t^2+2t+2}{(t+1)^2}>0$. Vậy $g(t)=\frac{t^2-2}{t+1}$ đồng biến trên $[1;2]$ Và do đó: $Max\,g(t)=g(2)=\frac{2}{3}$	0,25
	Từ đó: $m \le \frac{t^2-2}{t+1}$ có nghiệm $t \in [1,2]$ $\Leftrightarrow m \le \max_{t\in[1;2]} g(t)=g(2)=\frac{2}{3}$ Kết luận: $m \le \frac{2}{3}$	0,25
Câu 6	Tam giác SHB vuông tại H có $\widehat{SBH}=30^0$ nên $SH=BH\tan 30^0=a\sqrt{3}$ Từ giả thiết $BH = 3a$; $HA = a$; $AK = 3a$; $KD = a$	0,25
	$S_{BHKC}=S_{ABCD}-S_{AHK}-S_{CDK}=\frac{25a^2}{2}$ Thể tích khối chóp SBHKC là $V_{S.BHKC}=\frac{1}{3}S_{BHKC}.SH=\frac{25\sqrt{3}a^3}{6}$ 	0,25
	Ta có: $AD \perp AB$, $AD \perp SH \Rightarrow AD \perp SA \Rightarrow \widehat{SAK}=90^0$ (1) $SH \perp AH$ nên $\widehat{SHK}=90^0$ (2) $CH \perp BK$, $BK \perp SH \Rightarrow BK \perp (SHE) \Rightarrow \angle SEK=90^0$ (3) Từ (1) (2) và (3) suy ra 5 điểm S, A, H, E, K cùng nằm trên một mặt cầu có đường kính là SK	0.25
	Ta có: $SK^2=SH^2+HK^2=3a^2+10a^2=13a^2 \Rightarrow SK=a\sqrt{13}$ Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.AHEK là $V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{13}}{2}\right)^3=\frac{13\pi a^3\sqrt{13}}{6}$	0,25
Câu 7	Gọi I là trung điểm của CD, do $I \in \Delta_1 \Rightarrow I\left(a;\frac{-2a-17}{3}\right)$ nên $\overrightarrow{DI}=\left(a+6;\frac{1-2a}{3}\right)$, đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u_1}(-3;2)$ vì $\overrightarrow{DI}.\vec{u_1}=0 \Leftrightarrow a=-4$ do đó $I(-4;-3)$ suy ra $C(-2;0)$	0,25
	Gọi C' đối xứng với C qua Δ_2. Ta có phương trình CC': $x-5y+2=0$ Gọi J là trung điểm của CC'. Tọa độ J là nghiệm hệ $\begin{cases}x-5y+2=0\\5x+y-3=0\end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ nên $C'(3;1)$	0,25
	Đường thẳng AB qua C' nhận $\overrightarrow{DC}$ làm VTCP có phương trình: $3x-2y-7=0$.	

	Tọa độ A là nghiệm hệ: $\begin{cases} 3x-2y-7=0 \\ 5x+y-3=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;-2)$	0,25

<table>
<tr><td></td><td>Do ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra $B(5;4)$
Vậy $A(1;-2)$, $B(5;4)$, $C(-2;0)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Câu 8</td><td>$\begin{cases}16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy-y)(4xy^2+3) & (1)\\ 4x^2y^2 - 2xy^2 + y^2 = 3 & (2)\end{cases}$
Xét $y = 0$, thay vào (2) ta được: $0 = 3 \Rightarrow y = 0$ không thỏa mãn hệ phương trình.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Xét $y \neq 0$ ta có:
$\begin{cases}16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy-y)(4xy^2+3)\\ 4x^2y^2 - 2xy^2 + y^2 = 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}16x^3 - 9 = (2x-1)(4x+\frac{3}{y^2}) & (3)\\ 4x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{y^2} & (4)\end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Thay (4) vào (3) ta được: $16x^3 - 9 = (2x-1)(4x+4x^2-2x+1) \Leftrightarrow x = 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow y = \pm 1$
Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là: $\begin{cases}x = 1\\ y = \pm 1\end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Câu 9</td><td>Ta có: $ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{ab.bc.ca} \Rightarrow 27a^2b^2c^2 \le (ab+bc+ca)^3$
Lại có: $a^2+b^2+c^2 \ge ab+bc+ca \Rightarrow -3(a^2+b^2+c^2) \le -3(ab+bc+ca)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Do đó $P \le -(ab+bc+ca)^3 + 3(ab+bc+ca) = -t^3 + 3t = f(t)$
với $0 \le t = ab+bc+ca \le \dfrac{(a+b+c)^2}{3} = 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có bảng bt của hàm số f(t) trên $[0;1]$
$\begin{array}{c|ccc} t & 0 & & 1 \\ \hline f'(t) & & + & 0 \\ \hline f(t) & & & 2 \\ & & \nearrow & \\ & 0 & & \end{array}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ BBT ta có: $\underset{t\in[0;1]}{Max} f(t) = 2$ khi t=1
Từ đó ta có GTLN của P bằng 2 khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Ghi chú: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.