

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN NĂM 2012 - 2013 - Đề số 4

PHẦN CHUNG

Câu I (2,0 điểm): Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm trên đồ thị (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN biết M(-3; 0) và N(-1; -1).

Câu II (2,0 điểm):

1. Giải phương trình: $\frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} = 1 + \sqrt{3+2x-x^2}$
2. Giải phương trình: $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$

Câu III (1,0 điểm): Tính tích phân: $I =$

$$\int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} + \ln^2 x \right) dx$$

Câu IV (1,0 điểm): Cho hai hình chóp S.ABCD và S'.ABCD có chung đáy là hình vuông ABCD cạnh a. Hai đỉnh S và S' nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng (ABCD), có hình chiếu vuông góc lên đáy lần lượt là trung điểm H của AD và trung điểm K của BC. Tính thể tích phần chung của hai hình chóp, biết rằng SH = S'K = h.

Câu V (1,0 điểm): Cho x, y, z là những số dương thoả mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^9 + y^9}{x^6 + x^3 y^3 + y^6} + \frac{y^9 + z^9}{y^6 + y^3 z^3 + z^6} + \frac{z^9 + x^9}{z^6 + z^3 x^3 + x^6}$$

PHẦN RIÊNG

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình chuẩn.

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$.

Tia Oy cắt (C) tại A. Lập phương trình đường tròn (C'), bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;2; -1), B(7; -2; 3) và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm trên d những điểm M sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là nhỏ nhất.

Câu VII.a (1,0 điểm): Giải phương trình trong tập số phức: $z^2 + |z| = 0$

B. Theo chương trình nâng cao.

Câu VI.b (2,0 điểm):

[Điểm thi 24h](#)

[Xem tra điểm thi tốt nghiệp THPT](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

[Nguồn: diemthi.24h.com.vn](http://diemthi.24h.com.vn)



1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB: $x - 2y - 1 = 0$, đường chéo BD: $x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC đi qua điểm $M(2;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

2. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$(\Delta) \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}; (\Delta') \begin{cases} 3x + y - z + 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}. \text{ Chứng minh rằng hai đường thẳng } (\Delta) \text{ và } (\Delta') \text{ cắt nhau.}$$

Viết phương trình chính tắc của cặp đường thẳng phân giác của các góc tạo bởi (Δ) và (Δ') .

Cho VILB (1.0 điểm) Giải bài phương trình:

$$x \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 x$$

$$x \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 y$$

----- **Hết** -----

[Diem thi 24h](#)

[Xem tra diem thi tốt nghiệp THPT](#)

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm](#)

[Đề thi đáp án tốt nghiệp THPT](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)



ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Điểm												
I. PHÂN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7, điểm)														
Câu I		2.0												
	<p>1. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$</p> <p>Chiều biến thiên: $y' = \frac{6}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in D$ \Rightarrow hs đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, hs không có cực trị</p> <p>Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ \Rightarrow Đồ thị hs có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$</p> <p>BBT</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$	$-\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	2	$+\infty$	$-\infty$											
	<p>+ Đồ thị (C):</p> <p>Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(2;0)$, trục tung tại điểm $(0;-4)$</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	0.25												
	<p>Đồ thị nhận giao điểm 2 đường tiệm cận làm tâm đối xứng</p>													
	<p>2. Gọi 2 điểm cần tìm là A, B có $A \left(\frac{6}{a+1} \mid \frac{6}{b+1} \right)$; $B \left(2 - \frac{6}{b+1} \mid a \right)$; $a, b \neq -1$</p>	0.25												
	<p>Trung điểm I của AB: $I \left(\frac{a+b}{2} \mid \frac{a-2}{a+1} + \frac{b-2}{b+1} \right)$</p> <p>Pt đường thẳng MN: $x + 2y + 3 = 0$</p>	0.25												
	<p>Có: $\begin{cases} AB \cdot MN = 0 \\ I \in MN \end{cases}$</p>	0.25												

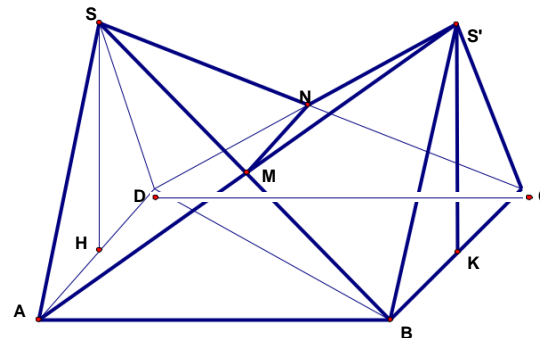
Nguồn: diemthi.24h.com.vn



	$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ p = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; -4) \\ B(2; 0) \end{cases}$	0,25
Câu II		2,0
	1. TXĐ: $x \in -1; 3$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$, $t > 0 \Rightarrow \sqrt{3+2x-x^2} = \frac{t^2-4}{2}$	0,25
	đc pt: $t^3 - 2t - 4 = 0$ $t=2$	0,25
	Với $t=2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 \Leftrightarrow x = -1$ $x=3$ (t/m)	0,25
	2. $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$	1,0
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x = \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^4 x$ $\Leftrightarrow (\sin x - \cos x) \cdot [2 + 2(\sin x + \cos x) + \sin x \cdot \cos x] = 0 \Leftrightarrow$ $\sin x - \cos x = 0$	0,25
	+ Với $\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	+ Với $2 + 2(\sin x + \cos x) + \sin x \cdot \cos x = 0$, đặt $t = \sin x + \cos x$ ($t \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$) được pt: $t^2 + 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ $t = -3$ (loại)	0,25
	$t = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = \pi + m2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + m2\pi (m \in \mathbb{Z}) \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + m2\pi (m \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{2} + m2\pi \end{cases}$	0,25
Câu III	$I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} + \ln^2 x \right) dx$	1,0
	$I_1 = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$, Đặt $t = \sqrt{1+\ln x}$, ... Tính được $I_1 = \frac{4}{3} - \frac{2\sqrt{e}}{3}$	0,5
	$I_2 = \int_1^e (\ln^2 x) dx$, lấy tích phân từng phần 2 lần được $I_2 = e - 2$	0,25
	$I = I_1 + I_2 = e - \frac{2}{3} - \frac{2\sqrt{e}}{3}$	0,25
Câu IV		1,0

Nguồn: diemthi.24h.com.vn



	 <p>SABS' và SDCS' là hình bình hành \Rightarrow M, N là trung điểm SB, S'D : $V = V_{S.ABCD} - V_{S.AMND}$</p>	0,25
	$V_{S.AMND} = V_{S.AMD} + V_{S.MND} ; \frac{V_{S.AMD}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} ; \frac{V_{S.MND}}{V_{S.BCD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} ;$	0.25
	$V_{S.ABD} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} ; V_{S.AMND} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD} \Rightarrow V = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}$	0.25
	$\Rightarrow V = \frac{5}{24} a^2 h$	0.25
Câu V	<p>Có x, y, z > 0, Đặt : $a = x^3, b = y^3, c = z^3$ (a, b, c > 0 ; abc=1) đc :</p> $P = \frac{a^3 + b^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3 + c^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3 + a^3}{c^2 + ca + a^2}$	0.25
	$\frac{a^3 + b^3}{a^2 + ab + b^2} = (a+b) \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$ <p style="text-align: center;"><small>$\rightarrow (a+b) \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$</small></p> $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \geq \frac{1}{3} \quad (\text{Biến đổi tương đương})$	0.25
	<p>Tương tự: $\frac{b^3 + c^3}{b^2 + bc + c^2} \geq \frac{1}{3} (b+c) ; \frac{c^3 + a^3}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{1}{3} (c+a)$</p> $\Rightarrow P \geq \frac{2}{3} (a+b+c) \geq 2 \sqrt[3]{abc} = 2 \quad (\text{BĐT Côsi})$	0.25
	$\Rightarrow P \geq 2, P = 2 \text{ khi } a = b = c = 1 \Leftrightarrow x = y = z = 1$ <p>Vậy: $\min P = 2$ khi $x = y = z = 1$</p>	0.25
II. PHẦN RIÊNG (3, điểm)		
A. hướng trình chuẩn		
Câu VI. a		2.0
	<p>1. A(0;2), I(-2$\sqrt{3}$;0), R= 4, gọi (C') có tâm I'</p>	0,25
	<p>Pt đường thẳng IA : $\begin{cases} x = 2\sqrt{3}t \\ y = 2t + 2 \end{cases}, I' \in IA \Rightarrow I'(2\sqrt{3}t; 2t + 2),$</p>	0,25

Nguồn: diemthi.24h.com.vn




	$AI = 2I'A \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow I'(\sqrt{3}; 3)$	0,25
	$(C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$	0,25
	2. $M(2+3t; -2t; 4+2t) \in d, AB // d.$	0,25
	Gọi A' đối xứng với A qua $d \Rightarrow MA' = MA \Rightarrow MA + MB = MA' + MB \geq A'B$	0,25
	$(MA + MB)_{\min} = A'B$, khi A', M, B thẳng hàng $\Rightarrow MA = MA' = MB$	0,25
	$MA = MB \Leftrightarrow M(2; 0; 4)$	0,25
Câu VII		1.0
a	$z = x + iy (x, y \in R), z^2 + z = 0 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + \sqrt{x^2 + y^2} + 2xyi = 0$	0,25
	$\begin{cases} 2xy = 0 \\ x^2 - y^2 + x\sqrt{x^2 + y^2} = 0 \end{cases}$	0,25
	$(0; 0); (0; 1); (0; -1).$ Vậy: $z = 0, z = i, z = -i$	0,5
B. hương trình nâng cao		
Câu VI.b		2.0
c = 6	1. $BD \cap AB = B(7; 3)$, pt đg thẳng BC: $2x + y - 17 = 0$ $A \in AB \Rightarrow A(2a + 1; a), C \in BC \Rightarrow C(c; 17 - 2c), a \neq 3, c \neq 7,$ $I = \left(\frac{2a + c + 1}{2}, \frac{a - 2c + 17}{2} \right)$ là trung điểm của AC, BD.	0,25
	$I \in BD \Leftrightarrow 3c - a - 18 = 0 \Leftrightarrow a = 3c - 18 \Rightarrow A(6c - 35; 3c - 18)$	0,25
	M, A, C thẳng hàng $\Leftrightarrow MA, MC$ cùng phương $\Rightarrow c^2 - 13c + 42 = 0 \Leftrightarrow c = 7$ (loại)	0,25
	$c = 6 \Rightarrow A(1; 0), C(6; 5), D(0; 2), B(7; 3)$	0,25
	Chứng minh hệ có nghiệm duy nhất, $(\Delta) \cap (\Delta') = A \left(\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2} \right)$	0,5
Đáp số:	$M(0; -1; 0) \in (\Delta),$ Lấy $N \in (\Delta'),$ sao cho: $AM = AN \Rightarrow N$ ΔAMN cân tại $A,$ lấy I là trung điểm $MN \Rightarrow$ đường phân giác của các góc tạo bởi (Δ) và (Δ') chính là đg thẳng AI	0,25
	$(d_1): \frac{x+1}{\frac{1}{14} + \frac{1}{30}} = \frac{y}{\frac{-2}{14} + \frac{2}{30} - 3} = \frac{z-3}{\frac{1}{14} + \frac{5}{30}}; (d_2): \frac{x+1}{\frac{1}{14} - \frac{1}{30}} = \frac{y}{\frac{-2}{14} - \frac{2}{30}} = \frac{z-3}{\frac{-3}{14} - \frac{5}{30}}$	0,25
Câu		

[Đề thi tốt nghiệp trung học phổ thông các năm](#)

[Xem tra đáp án đề thi tốt nghiệp THPT](#)

Nguồn: diemthi.24h.com.vn

VII.b	$\text{TXĐ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$		0.25
	$\begin{cases} x \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 x \\ x \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{1+\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}} \\ 12^x \cdot x = 3^y \cdot y \end{cases}$		0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 3^y = 2^x \end{cases}$		0.25
	$\begin{cases} x = \log_4 \frac{2}{3} \\ y = 2 \log_4 \frac{2}{3} \end{cases} \quad (\text{t/m TXĐ})$		0,25