

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN KHỐI A NĂM HỌC 2010-2011 - ĐỀ SỐ 1

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm):

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ (C)

1. Khảo sát hàm số.
2. Tìm m để đường thẳng d: $y = 2x + m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{5}$.

Câu II: (2 điểm)

1. Giải phương trình: $2\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x$, ($x \in \mathbb{R}$)

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{x} + \sqrt{5y} = 3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu III: (1 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x + 1}$, trục hoành, $x = \ln 3$ và $x = \ln 8$.

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi; hai đường chéo $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$ và cắt nhau tại O; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD).

Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

Câu V: (1 điểm) Cho $x, y \in \mathbb{R}$ và $x, y > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)}$

PHẦN RIÊNG (3 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: mx + 4y = 0$. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng (P): $x - y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ , biết Δ nằm trên mặt phẳng (P) và Δ cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu VII.a (1 điểm) Giải bất phương trình $2^{\log_2^2 x} + x^{2\log_2 x} - 20 \leq 0$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB: $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC: $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác G(3; 2). Viết phương trình cạnh BC.

3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{4}$ và điểm M(0; -2; 0). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M song song với đường thẳng Δ đồng thời khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 4.

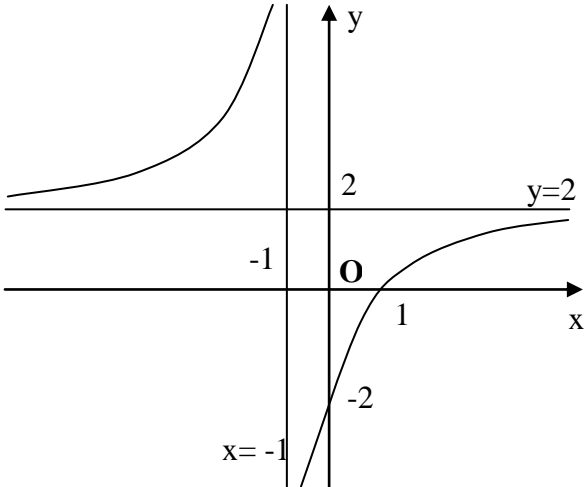
Câu VII.b (1 điểm) Giải phương trình nghiệm phức : $\bar{z} + \frac{25}{z} = 8 - 6i$

..... **Hết**

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

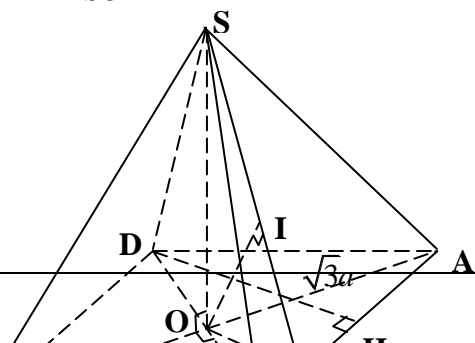
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC - NĂM: 2010-2011

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM												
I-1 (1 điểm)	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ Sự biến thiên: -Chiều biến thiên: $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. - Cực trị: Hàm số không có cực trị.	0,25												
	- Giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.	0,25												
	-Bảng biến thiên: <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'		+	+	y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
	y'		+	+										
y	2	$+\infty$	2											
Đồ thị: -Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $(1;0)$ -Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;-2)$ - Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận $I(-1; 2)$.		0,25												
I-2 (1 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 + mx + m + 2 = 0, (x \neq -1)$ (1)	0,25												
	d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow PT(1) có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 16 > 0$ (2)	0,25												
	Gọi $A(x_1; 2x_1 + m)$, $B(x_2; 2x_2 + m)$. Ta có x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT(1). Theo ĐL Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m+2}{2} \end{cases}$.	0,25												

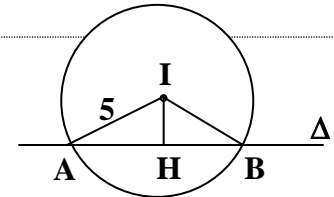
	$AB^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 20 = 0$ $\Leftrightarrow m = 10, m = -2 \text{ (Thỏa mãn (2))}$ KL: m = 10, m = -2.	0,25
--	---	------

II-1 (1 điểm)	PT $\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 8x + \sin x = \cos 8x$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x = 1 \vee \sin x = -\frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25
II-2 (1 điểm)	ĐK: $x + y \geq 0, x - y \geq 0, y \geq 0$	0,25
	PT(1) $\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2} = 4y \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - y^2} = 2y - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - x \geq 0 & (3) \\ 5y^2 = 4xy & (4) \end{cases}$	0,25
	Từ PT(4) $\Leftrightarrow y = 0 \vee 5y = 4x$ Với $y = 0$ thế vào PT(2) ta có $x = 9$ (Không thỏa mãn đk (3))	0,25
	Với $5y = 4x$ thế vào PT(2) ta có $\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 1$ KL: HPT có 1 nghiệm $(x; y) = \left(1; \frac{4}{5}\right)$	0,25
III (1 điểm)	Diện tích $S = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x + 1} dx$; Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Leftrightarrow t^2 = e^x + 1 \Rightarrow e^x = t^2 - 1$	0,25
	Khi $x = \ln 3$ thì $t = 2$; Khi $x = \ln 8$ thì $t = 3$; Ta có $2t dt = e^x dx \Leftrightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 1} dt$	0,25
	Do đó $S = \int_2^3 \frac{2t^2}{t^2 - 1} dt = \int_2^3 \left(2 + \frac{2}{t^2 - 1}\right) dt =$	0,25
	$= \left(2t + \ln \left \frac{t-1}{t+1} \right \right) \Big _2^3 = 2 + \ln \left(\frac{3}{2} \right)$ (đvdt)	0,25
IV (1 điểm)	Từ giả thiết $AC = 2a\sqrt{3}; BD = 2a$ và AC, BD vuông góc với nhau tại trung điểm O của mỗi đường chéo. Ta có tam giác ABO vuông tại O và $AO = a\sqrt{3}; BO = a$, do đó $\angle ABD = 60^\circ$ Hay tam giác ABD đều. Từ giả thiết hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên giao tuyến của chúng là $SO \perp (ABCD)$.	0,25
	Do tam giác ABD đều nên với H là trung điểm của AB , K là trung điểm của HB ta có $DH \perp AB$ và $DH = a\sqrt{3}$; $OK \parallel DH$ và $OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK)$	0,25
	Gọi I là hình chiếu của O lên SK ta có $OI \perp SK$; $AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$, hay OI là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) .	0,25
	Tam giác SOK vuông tại O , OI là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}$ Diện tích đáy $S_{ABCD} = 4S_{\triangle ABO} = 2.OA.OB = 2\sqrt{3}a^2$; đường cao của hình chóp $SO = \frac{a}{2}$.	0,25
Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$	0,25	



--	--	--

V (1 điểm)	Đặt $t = x + y$; $t > 2$. Áp dụng BĐT $4xy \leq (x + y)^2$ ta có $xy \leq \frac{t^2}{4}$	0,25											
	$P = \frac{t^3 - t^2 - xy(3t - 2)}{xy - t + 1}$. Do $3t - 2 > 0$ và $-xy \geq -\frac{t^2}{4}$ nên ta có												
	$P \geq \frac{t^3 - t^2 - \frac{t^2(3t - 2)}{4}}{\frac{t^2}{4} - t + 1} = \frac{t^2}{t - 2}$	0,25											
	Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t - 2}$; $f'(t) = \frac{t^2 - 4t}{(t - 2)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ v $t = 4$.												
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">t</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(t)$</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(t)$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> </table>	t	2	4	$+\infty$	$f'(t)$	-	0	+	$f(t)$	$+\infty$	8	$+\infty$
t	2	4	$+\infty$										
$f'(t)$	-	0	+										
$f(t)$	$+\infty$	8	$+\infty$										
Do đó $\min P = \min_{(2; +\infty)} f(t) = f(4) = 8$ đạt được khi $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25												
VI.a -1 (1 điểm)	Đường tròn (C) có tâm I(1; m), bán kính R = 5.	0,25											
	Gọi H là trung điểm của dây cung AB. Ta có IH là đường cao của tam giác IAB.												
	$IH = d(I, \Delta) = \frac{ m + 4m }{\sqrt{m^2 + 16}} = \frac{ 5m }{\sqrt{m^2 + 16}}$	0,25											
	$AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{25 - \frac{(5m)^2}{m^2 + 16}} = \frac{20}{\sqrt{m^2 + 16}}$	0,25											
Diện tích tam giác IAB là $S_{\triangle IAB} = 12 \Leftrightarrow 2S_{\triangle IAH} = 12$													
$\Leftrightarrow d(I, \Delta) \cdot AH = 12 \Leftrightarrow 25 m = 3(m^2 + 16) \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m = \pm \frac{16}{3} \end{cases}$	0,25												
VI.a -2 (1 điểm)	Gọi $A = d_1 \cap (P)$ suy ra A(1; 0; 2); $B = d_2 \cap (P)$ suy ra B(2; 3; 1)	0,25											
	Đường thẳng Δ thỏa mãn bài toán đi qua A và B.	0,25											
	Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1; 3; -1)$	0,25											
	Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$	0,25											
VII.a (1 điểm)	Điều kiện: $x > 0$; BPT $\Leftrightarrow 2^{4\log_2^2 x} + x^{2\log_2 x} - 20 \leq 0$	0,25											
	Đặt $t = \log_2 x$. Khi đó $x = 2^t$.												
	BPT trở thành $4^{2t^2} + 2^{2t^2} - 20 \leq 0$. Đặt $y = 2^{2t^2}$; $y \geq 1$.	0,25											
	BPT trở thành $y^2 + y - 20 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq y \leq 4$.	0,25											



	Đổi chiều điều kiện ta có : $2^{2t^2} \leq 4 \Leftrightarrow 2t^2 \leq 2 \Leftrightarrow t^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 1$. Do đó $-1 \leq \log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 2$	0,25
--	--	------

VI.b-1 (1 điểm)	Tọa độ điểm A là nghiệm của HPT: $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(3; 1)$	0,25
	Gọi $B(b; b-2) \in AB, C(5-2c; c) \in AC$	0,25
	Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} 3+b+5-2c=9 \\ 1+b-2+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=2 \end{cases}$. Hay $B(5; 3), C(1; 2)$	0,25
	Một vectơ chỉ phương của cạnh BC là $\vec{u} = \vec{BC} = (-4; -1)$. Phương trình cạnh BC là: $x - 4y + 7 = 0$	0,25
VI.b-2 (1 điểm)	Giả sử $\vec{n}(a; b; c)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P): $ax + by + cz + 2b = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 3; 0)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 4)$	0,25
	Từ giả thiết ta có $\begin{cases} \Delta // (P) \\ d(A; (P)) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = a + b + 4c = 0 & (1) \\ \frac{ a + 5b }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 4 & (2) \end{cases}$	0,25
	Thế $b = -a - 4c$ vào (2) ta có $(a + 5c)^2 = (2a^2 + 17c^2 + 8ac) \Leftrightarrow a^2 - 2ac - 8c^2 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{a}{c} = 4 \vee \frac{a}{c} = -2$	0,25
	Với $\frac{a}{c} = 4$ chọn $a = 4, c = 1 \Rightarrow b = -8$. Phương trình mặt phẳng (P): $4x - 8y + z - 16 = 0$.	0,25
	Với $\frac{a}{c} = -2$ chọn $a = 2, c = -1 \Rightarrow b = 2$. Phương trình mặt phẳng (P): $2x + 2y - z + 4 = 0$.	0,25
VII.b (1 điểm)	Giả sử $z = a + bi$ với ; $a, b \in \mathbb{R}$ và a, b không đồng thời bằng 0.	0,25
	Khi đó $\bar{z} = a - bi$; $\frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$	0,25
	Khi đó phương trình $\bar{z} + \frac{25}{z} = 8 - 6i \Leftrightarrow a - bi + \frac{25(a - bi)}{a^2 + b^2} = 8 - 6i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a(a^2 + b^2 + 25) = 8(a^2 + b^2) & (1) \\ b(a^2 + b^2 + 25) = 6(a^2 + b^2) & (2) \end{cases}$. Lấy (1) chia (2) theo vế ta có $b = \frac{3}{4}a$ thế vào (1)	0,25
	Ta có $a = 0 \vee a = 4$ Với $a = 0 \Rightarrow b = 0$ (Loại) Với $a = 4 \Rightarrow b = 3$. Ta có số phức $z = 4 + 3i$.	0,25