NGÂN HÀNG ĐỀ THI

Môn: TOÁN CAO CẤP A1

Ban hành kèm theo Quyết định số: ……./QĐ-TTĐT1của Giám đốc
Học viện Công nghệ Bưu chính viễn thông ký ngày /04/2006

PHẦN A

DÙNG CHO ĐÀO TẠO HỆ ĐẠI HỌC TỪ XA NGÀNH QTKD

THỜI GIAN : 120 phút

MỖI ĐỀ 4 CÂU (một câu loại 1, một câu loại 2, một câu loại 3 và một câu loại 4)

I. CÂU HỎI LOẠI 1 ĐIỂM (V.I).

1. Tính đạo hàm của hàm số: $y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.

2. Tính đạo hàm của hàm số: $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$.

3. Tính đạo hàm của hàm số: $y=e^x\ln\sin x$.

4. Tính đạo hàm của hàm số: $y=x^2e^{arctgx}$.

5. Tính đạo hàm của hàm số: $y=\arcsin\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$.

6. Tính đạo hàm của hàm số: $y=\dfrac{x\sin x+\cos x}{x\cos x-\sin x}$.

7. Tính vi phân của hàm số: $f(x)=\dfrac{a}{x}+arctg\,\dfrac{x}{a}$, a là hằng số.

8. Tính vi phân của hàm số: $y=(a^2-x^2)^5 2^x$.

9. Tính vi phân của hàm số: $y=\sqrt{1+x^2}\ln(1-x)$.

10. Tính vi phân của hàm số: $y=\dfrac{1}{12}e^{2x}\ln\dfrac{x-6}{x+6}$

II. CÂU HỎI LOẠI 2 ĐIỂM (V.II)

1. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1+tgx}{1+\sin x}\right]^{\frac{1}{\sin x}}.$$

2. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7}\right]^{x}.$$

3. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}(1-\cos x)^{tgx}.$$

4. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}\left(x+e^{2x}\right)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\ln x}.$$

6. Chứng minh rằng $\arcsin x - x$ và $\frac{x^3}{6}$ là các vô cùng bé tương đương khi $x\to 0$.

7. Cho hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(x+1)-\ln(1-x)}{x} & \text{khi } |x|<1, x\neq 0\\ a & \text{khi } x=0\end{cases}$$

Tìm hằng số a để hàm số liên tục tại x = 0.

8. Tìm giới hạn sau $\lim_{x\to\infty}\left[\sin\ln(x+1)-\sin\ln x\right]$.

9. Cho hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ c & \text{khi } x=0\end{cases}$$

Tìm hằng số c để hàm số liên tục tại x = 0 .

10. Tìm giới hạn sau $\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin x}{x}\right]^{\frac{1}{x^2}}$

III. CÂU HỎI LOẠI 3 ĐIỂM (V.III).

1. Cho hàm số $y = x\ln^2 x$

a. Tính vi phân tại x = e với $\Delta x = -0{,}1$.

b.Tìm cực trị của hàm số.

2. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = x - 4$ và $y^2 = 2x$ quanh trục ox.

3. Cho hàm số

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

a. Tính dy tại x = 0.

b. Tính $y^{(n)}(x)$.

4. Cho tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \frac{arctgx}{x^2} dx$$

a. Chứng minh tích phân đã cho hội tụ.

b. Tính tích phân đó.

5. Cho tích phân suy rộng

$$\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$$

a. Chứng minh tích phân đã cho hội tụ.

b. Tính tích phân đã cho.

6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong

$y = x^2 + 1$, $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = 5$.

7.Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo nên khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong

$x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ quanh trục Ox.

8. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay miền phẳng giới hạn bởi các đường

$y = 2x - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox.

9. Xét sự hội của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$$

10. Cho hàm số

$$y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$$

a. Tính dy tại x=1

b. Tìm cực trị của hàm số.

IV. CÂU HỎI LOẠI 4 ĐIỂM (V.IV).

1. a. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1+x)^4}$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n.(n-1)}$.

2. a. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{2n-1}{3n+2})^n.(x-2)^n$.

3. a. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$. b. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n.\ln(n+1)}$.

4. a. Tính tích phân: $I = \int_{\ln 3}^{0} \frac{1-e^x}{1+e^x} dx$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{n+1}}{n.(n+1)}$.

5. a. Tính tích phân: $I = \int_{-3}^{3} x^2 \sqrt{9-x^2} dx$

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n.4^n}$

6. a. Tính tích phân: $I = \int_0^3 \sqrt{\frac{x}{6-x}}dx$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{n.2^n}$.

7. a. Tính tích phân: $I = \int_{-1}^{1} x.arctgx.dx$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n+1}}{2.n+1}$.

8. a. Tính tích phân: $I = \int_0^1 x.e^{-x}dx$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{\sqrt{n}}$.

9. a. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = x^2 + 4$, và x – y + 4 = 0.

b. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{n^2-2}$.

10. a. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = x^3$, y = x, và y = 2x.

b. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n^3+2n^2-1}}$.

PHẦN B

DÙNG CHO ĐÀO TẠO HỆ ĐẠI HỌC TỪ XA NGÀNH ĐTVT VÀ CNTT

THỜI GIAN : 120 phút

MỖI ĐỀ 4 CÂU (một câu loại 1, một câu loại 2, một câu loại 3 và một câu loại 4)

I. CÂU HỎI LOẠI 1 ĐIỂM (V.I)

1. Tính tích phân sau

$$I = \int x \ln^2 x dx \quad .$$

2. Tính tích phân sau

$$I = \int \frac{\cot gx}{\sin x} dx .$$

3. Tính tích phân sau

$$I = \int \frac{tgx}{\cos x} dx .$$

4. Tính tích phân sau

$$I = \int arctg\sqrt{2x-1} dx \ .$$

5. Tính tích phân sau

$$I = \int \frac{1+\sin 2x}{\sin^2 x} dx \ .$$

6. Tính tích phân sau

$$I = \int x \ln \sqrt{1-x} dx \ .$$

7. Tính tích phân sau

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} x arctgx dx \ .$$

8. Tính tích phân sau

$$I = \int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{16-e^x}} dx .$$

9. Tính tích phân sau

$$I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1}dx .$$

10. Tính tích phân sau

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx \quad .$$

II. CÂU HỎI LOẠI 2 ĐIỂM (V.II)

1. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1+tgx}{1+\sin x}\right]^{\frac{1}{\sin x}} .$$

2. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7}\right]^x .$$

3. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}(1-\cos x)^{tgx} .$$

4. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0}\left(x+e^{2x}\right)^{\frac{1}{x}} .$$

5. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\ln x} .$$

6. Chứng minh rằng $\arcsin x - x$ và $\frac{x^3}{6}$ là các vô cùng bé tương đương khi $x \to 0$.

7. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x+1)-\ln(1-x)}{x} & \text{khi } |x| < 1, x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

Tìm hằng số a để hàm số liên tục tại x = 0.

8. Tìm giới hạn sau $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\sin\ln(x+1)-\sin\ln x\right]$.

9. Cho hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{x} & \text{khi } x\neq 0\\ c & \text{khi } x=0\end{cases}$$

Tìm hằng số c để hàm số liên tục tại x = 0 .

10. Tìm giới hạn sau $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\sin x}{x}\right]^{\frac{1}{x^2}}$.

III. CÂU HỎI LOẠI 3 ĐIỂM (V.III)

1. Cho hàm số $y=x\ln^2 x$

a. Tính vi phân tại x = e với $\Delta x=-0{,}1$.

b.Tìm cực trị của hàm số.

2. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y=x-4$ và $y^2=2x$ quanh trục ox.

3. Cho hàm số

$$y=\frac{x}{x^2-1}$$

a. Tính dy tại x = 0.

b. Tính $y^{(n)}(x)$.

4. Cho tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty}\frac{arctgx}{x^2}dx$$

c. Chứng minh tích phân đã cho hội tụ.

d. Tính tích phân đó.

5. Cho tích phân suy rộng

$$\int_0^{+\infty}x^3e^{-x^2}dx$$

c. Chứng minh tích phân đã cho hội tụ.

d. Tính tích phân đã cho.

6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong

$$y = x^2 + 1 \quad , \quad y = \frac{1}{2}x^2 \text{ và } y = 5.$$

7.Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo nên khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong

$x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ quanh trục Ox.

8. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay miền phẳng giới hạn bởi các đường

$y = 2x - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox.

9. Xét sự hội của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$$

10. Cho hàm số

$$y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$$

a. Tính dy tại x=1

b. Tìm cực trị của hàm số.

IV. LOẠI CÂU HỎI 4 ĐIỂM (V.IV)

1.

a. Xét sự hội tụ của chuỗi số có số hạng tổng quát

$$a_n = \sqrt{n^2 + n} - n.$$

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}(x+3)^n$.

2.

a. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{n+1})^{n^2}$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n+1}{2n+1})^n (x-1)^n$.

3.

a. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + tg\frac{1}{n^2})$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n.4^n}$.

4.

a. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + n}{3^n + n^3 + 3}$.

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n+1}}{2n+1}$.

5.

a. Xét sự hội tụ của chuỗi số . $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\frac{\pi}{\sqrt{2n}}$

b. Tìm miền hội tụ của chuỗi luỹ thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}(x+3)^n$.

6. Chứng minh rằng $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{n+1}}{n!} = 2xe^{2x}$ .Từ đó hãy tính tổng $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$.

7. Cho hàm số $f(x) = x^2$ với $0 < x < \pi$.

a. Khai triển hàm số thành chuỗi Fourier.

b. Từ đó hãy tính tổng $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

8. Cho hàm số $f(x) = x(\pi - x)$ với $x \in (0, \pi)$

a. Khai triển hàm số đã cho theo các hàm số sin.

b. Tính tổng $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$.

9. Cho hàm số $f(x) = x^2$ với $x \in (-\pi, \pi)$.

a. Khai triển hàm số thành chuỗi Fourier.

b. Tính tổng $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$.

10. Cho hàm số $f(x) = \ln\frac{1}{2 + 2x + x^2}$.

a. Khai triển hàm số thành chuỗi các luỹ thừa của (x+1).

b. Tính tổng $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$.