Khóa học luyện thi đại học môn Toán 2015: Thể tích khối chóp (Phần 3)

DANG 2. KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Ví dụ 1: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*. Gọi *I* là m ột điểm trên ạcnh *BC* sao cho $2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$. Hình chiếu vuông góc c ủa đỉnh *S* lên mặt phẳng (*ABC*) là trung điểm *H* của *AI*. Tính thể tích khối chóp *S.ABC* biết

a) góc gi ữa *SC* và m ặt phẳng (*ABC*) bằng 60^0

b) khoảng cách ừt *A* tới (*SBC*) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ví dụ 2: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi c ạnh tâm *O*, biết $AC = 2a$; $BD = 2a\sqrt{3}$. Hình chiếu của đỉnh *S* lên mặt phẳng (*ABCD*) là trung điểm *H* của *OB*. Tính thể tích khối chóp *S.ABCD* biết

a) góc gi ữa *SD* và m ặt phẳng (*ABCD*) bằng 60^0

b) góc gi ữa (*SCD*) và m ặt phẳng (*ABCD*) bằng 45^0

c) khoảng cách ừt *A* tới (*SBC*) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

d) khoảng cách giữa hai đường thẳng *CD* và *SB* bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

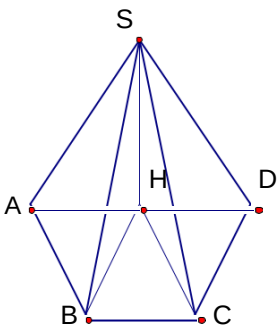
Ví dụ 3: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang cân có hai đáy *AD* và *BC*. Mặt phẳng *SAD* vuông góc v ới mặt đáy ủca hình chóp, cho bi ết $AB = BC = CD = a$, $SA = SD = AD = 2a$. **a)** Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

b) Tính thể tích khối chóp *S.ABC*.

Lời giải

a) Kẻ SH vuông góc *AD* do (SAD) ⊥ (*ABCD*) nên *SH* ⊥ (*ABCD*) vậy *SH* là đường cao của khối chóp.

Mặt khác *SA* = *SD* = *AD* nên *H* là trung điểm của *AD* và $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.



Nối *HB*, *HC* tứ giác *ABCH* là hình bình hành do *AH* song song và b ằng *BC* ta lại có *AB* = *BC* nên *AHBC* là hình thoi v ậy *AB* = *HC* = *a* hay tam giác *HCD* đều

Vậy *ABCD* là n ữa lục giác đều.

$$S_{ABCD} = 3S_{ABH} = 3\frac{1}{2}\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{3\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3}{4}a^3$$

b) Khối chóp *S.ABC* có chi ều cao *SH* và di ện tích tam giác *ABC* bằng với diện tích tam giác *ABH* và b ằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$

BÀI T ẬP TỰ LUYỆN:

Tham gia trọn vẹn khóa **LTĐH môn Toán 2015** tại **Moon.vn** để đạt điểm số cao nhất trong kỳ TSĐH 2015!

Bài 1: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy*ABCD* là hình vuông có c ạnh *a*, mặt bên*SAB* là tam giácđều và n ằm trong mặt phẳng vuông góc v ới đáy*ABCD*.

a) Chứng minh rằng chân đường cao khối chóp trùng v ới trung điểm của cạnh *AB*.

b) Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

s: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{Đ/}$

Bài 2: [ĐVH]. Cho tứ diện *ABCD* có *ABC* là tam giác đều, *BCD* là tam giác vuông cân t ại *D*, (*ABC*) ⊥ (*BCD*) và *AD* hợp với (*BCD*) một góc 60^0. Tính thể tích tứ diện *ABCD*.

s: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{Đ/}$

Bài 3: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy*ABCD* là hình ch ữ nhật, Δ*SAB* đều cạnh *a* và n ằm trong mặt phẳng vuông góc v ới (*ABCD*). Biết rằng (*SAC*) hợp với (*ABCD*) một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

s: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{Đ/}$

Bài 4: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình ch ữ nhật có *AB* = 2*a*, *BC* = 4*a*, (*SAB*) ⊥ (*ABCD*), hai mặt bên *SBC*() và (*SAD*) cùng hợp với đáy*ABCD* một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

Đ/s: $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.

Bài 5: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, *SA* ⊥ (*ABCD*), góc giữa (*SBC*) và mặt đáy là 30^0, gọi *M* thuộc *SA* sao cho $SM = \frac{1}{3}SA$.

a) Chứng minh rằng *BD* ⊥ (*SAC*).

b) Tính thể tích của *S.ABCD* theo *a*.

c) Tính thể tích của khối chóp *SMBD* theo *a*.

Bài 6: [ĐVH]. Hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh 2*a*; *SA* = *a*; $SB = a\sqrt{3}$ và (*SAB*) vuông (*ABCD*). Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của các ạcnh *AB*, *BC*. Tính thể tích khối chóp *S.BMDN* và tính cosin của góc gi ữa hai đường thẳng *SM*, *DN*.

Bài 7: [ĐVH]. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy*ABC* là tam giác vuông cân t ại *B*, *AB* = *BC* = 2*a*, hai mặt phẳng (*SAB*) và (*SAC*) cùng vuông góc v ới mặt phẳng (*ABC*). Gọi *M* là trung điểm của *AB*, mặt phẳng qua *SM* và song song với *BC*, cắt *AC* tại *N*. Biết góc gi ữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABC*) bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp *S.BCNM* và kho ảng cách giữa hai đường thẳng *AB* và *SN* theo *a*.

Đ/s: $V = a^3\sqrt{3}$; $d = \frac{2a\sqrt{39}}{}$.

Tham gia trọn vẹn khóa **LTĐH môn Toán 2015** tại **Moon.vn** để đạt điểm số cao nhất trong kỳ TSĐH 2015!

Bài 8: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy*ABCD* là hình thang vuông t ại *A* và *D*, *AB* = *AD* = 2*a*, *CD* = *a*, góc gi ữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABCD*) bằng 60^0. Gọi *I* là trung điểm của cạnh *AD*. Biết hai mặt phẳng (*SBI*) và (*SCI*) cùng vuông góc v ới (*ABCD*), tính thể tích khối chóp *SABCD* theo *a*.

Đ/s: $V = \dfrac{3a_3\sqrt{15}}{5}$.

Bài 9: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S. ABC* có đáy là tam giác*ABC* đều cạnh *a*, tam giác*SAC* cân t ại *S* và n ằm trong mặt phẳng vuông góc v ới (*ABC*). Tính $V_{S.ABC}$ trong các trường hợp:

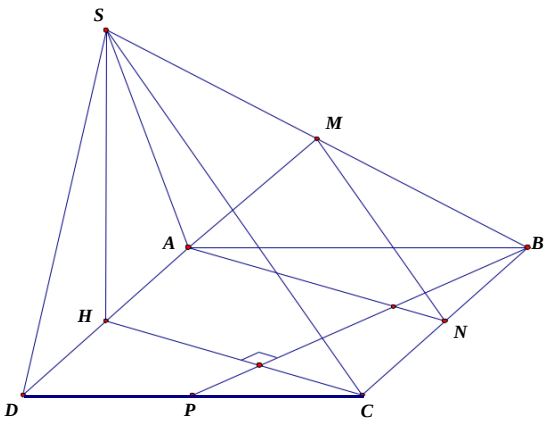
a) $SB = a\sqrt{3}$.

b) *SB* tạo với mặt đáy một góc 30^0.

Bài 10: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy*ABCD* là hình ch ữ nhật, *AB* = 2*AD* = 2*a*. Tam giác*SAD* cân tại *S* và n ằm trong mặt phẳng vuông góc v ới (*ABCD*). Tính $V_{S\,.\,ABCD}$ biết *SB* tạo vơi đáy một góc 30^0.

Bài 11: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a*, mặt bên*SAD* là tam giác đều và n ằm trong mặt phẳng vuông góc v ới đáy. Gọi *M*, *N*, *P* lần lượt là trung điểm của các ạcnh *SB*, *BC*, *CD*. Chứng minh *AM* vuông góc v ới *BP* và tính th ể tích của khối tứ diện *CMNP*.

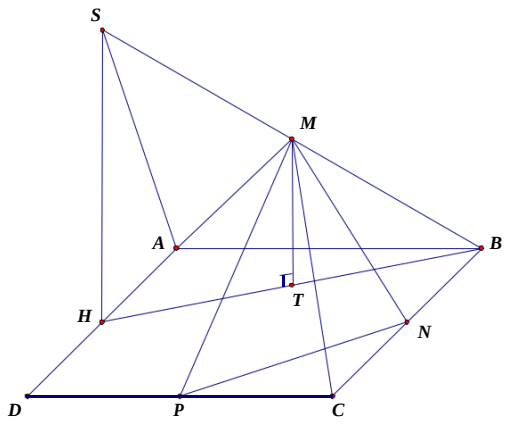
Hướng dẫn giải:



Chứng minh $BP \perp (SHC)$ $BP \perp (AMN)$

$(SHC) // (AMN)$

$BP \perp AM$



T là trung điểm của *HB* thì $MT \perp (ABCD)$

$V_{CMNP} = \dfrac{1}{3} MT . S_{\Delta CNP} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$

Bài 12: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình ch ữ nhật, với $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$, $SA = a$ và $(SAC) \perp (ABCD)$, tam giác*SAC* vuông t ại *S*. Tính $V_{S\,.\,ABCD}$.

Bài 13: **[ĐVH].** Cho hình chóp *S.ABCD* là hình vuông c ạnh *a*, $(SAB) \perp (ABCD)$, tam giác*SAB* cân t ại *S*, *M* là trung điểm của *CD*, mặt phẳng (*SBM*) tạo với mặt đáy *ABCD*( ) góc 60^0. Tính $V_{S\,.\,ABCD}$.

Tham gia trọn vẹn khóa **LTĐH môn Toán 2015** tại **Moon.vn** để đạt điểm số cao nhất trong kỳ TSĐH 2015!