

## **5 ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN TOÁN 2010**

***ĐỀ 1 THUỘC 50 ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC 2009-2010***



**I) PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7.0 điểm)**

Câu I (2.0 điểm) Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- 2) Cho điểm  $I(-1;0)$ . Xác định giá trị của tham số thực  $m$  để đường thẳng  $d: y = mx + m$  cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt  $I, A, B$  sao cho  $AB < 2\sqrt{2}$ .

Câu II (2.0 điểm) 1) Giải phương trình lượng giác  $2\sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{12} - x\right) \sin x = 1$ .

2) Giải bất phương trình mũ  $3^{x^2+x} - 9.3^{x^2-x} - 3^{2x} + 9 > 0$

Câu III (1.0 điểm) Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x) \sin x dx$ .

Câu IV (1.0 điểm) Trong không gian cho hình chóp  $S.ABC$  có  $ABC$  và  $SBC$  là các tam giác đều cạnh  $a$  ( $a > 0$ ),  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính theo  $a$  khoảng cách từ đỉnh  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

Câu V (1.0 điểm)

Biện luận theo tham số thực  $m$  số nghiệm thực của phương trình  $m\sqrt{x^2+1} = x + 2 - m$ .

**II) PHẦN RIÊNG (3.0 điểm)**

**1. Theo chương trình chuẩn**

Câu VI.a (1.0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng  $d: x - 2y - 6 = 0$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: x - y - 1 = 0$  tại điểm  $A(2;1)$ .

Câu VII.a (1.0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu

(S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$  và hai đường thẳng

$(\Delta_1): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R}), (\Delta_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ . Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S), biết

tiếp diện đó song song với cả hai đường thẳng  $(\Delta_1)$  và  $(\Delta_2)$ .

Câu VIII.a (1.0 điểm)

Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = -35 + 23i$ .

**2. Theo chương trình nâng cao**

Câu VI.b (1.0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $F(-3;0)$  và đường thẳng  $(d): 3x - 4y - 16 = 0$ . Lập phương trình đường tròn tâm  $F$  và cắt  $(d)$  theo một dây cung có độ dài bằng 2.

Câu VII.b (1.0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $B(0;3;0), M(4;0;-3)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa  $B, M$  và cắt các trục  $Ox, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A$  và  $C$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  bằng 3 ( $O$  là gốc tọa độ).

Câu VIII.b (1.0 điểm) Tính giá trị của biểu thức  $P = (\sqrt{3} + i)^8 + (\sqrt{3} - i)^8$ .

# ĐÁP án Đề 2009- 2010

Câu	Nội dung	Điểm																							
I	1) Tập xác định $\mathbb{R}$ Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$	0.25																							
	$y_{CD} = y(0) = 4, y_{CT} = y(2) = 0$	0.25																							
	Bảng biến thiên	0.25																							
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>		$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	$y'$		+	0	-	$y$			4						0			
$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$																					
$y'$		+	0	-																					
$y$			4																						
				0																					
				$+\infty$																					
Đồ thị		0.25																							
	2) Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d): $x^3 - 3x^2 + 4 = mx + m \Leftrightarrow (x+1)[(x-2)^2 - m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x-2)^2 = m \end{cases}$	0.25																							
	(C) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$ (d) cắt (C) tại $I(-1; 0), A(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m}), B(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m})$	0.25																							
	Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow AB < 2\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 < 8 \Leftrightarrow (2\sqrt{m})^2 + (2m\sqrt{m})^2 < 8 \Leftrightarrow 0 < m < 1$	0.5																							
II	1) $2\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12} - x\right)\sin x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\left[\sin\left(2x - \frac{5\pi}{12}\right) + \sin\frac{5\pi}{12}\right] = 1$	0.25																							

	$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{5\pi}{12}\right) + \sin\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{5\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{4} - \sin\frac{5\pi}{12} =$ $= 2\cos\frac{\pi}{3}\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)$	0.25
	$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{5\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{5\pi}{12} = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ 2x - \frac{5\pi}{12} = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0.5
	$2) 3^{x^2+x} - 9 \cdot 3^{x^2-x} - 3^{2x} + 9 > 0 \Leftrightarrow 3^{2x}(3^{x^2-x} - 1) - 9(3^{x^2-x} - 1) > 0 \Leftrightarrow (3^{2x} - 9)(3^{x^2-x} - 1) > 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x} - 9 > 0 \wedge 3^{x^2-x} - 1 > 0 \\ 3^{2x} - 9 < 0 \wedge 3^{x^2-x} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 1. \text{ Tập nghiệm } T = (0; 1) \cup (1; +\infty)$	0.5
III	<p>Đặt <math>\begin{cases} u = x + \cos^2 x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (1 - 2\sin x \cos x) dx \\ v = -\cos x \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>I = -(x + \cos^2 x)\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\sin x \cos x)\cos x dx</math></p>	0.5
	$= 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x d(\cos x) = 1 + (\sin x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \left(2 \cdot \frac{\cos^3 x}{3}\right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$	0.5
IV	<p>Gọi <math>M</math> là trung điểm của cạnh <math>BC</math>. Từ giả thiết suy ra <math>SAM</math> là tam giác đều cạnh <math>\frac{a\sqrt{3}}{2}</math>; <math>S_{\Delta SMA} = \frac{1}{4} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \sqrt{3} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}</math>.</p> <p>Ta có <math>V_{S.ABC} = 2V_{S.ABM} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot BM \cdot S_{\Delta SAM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}</math></p>	
		0.5

	<p>Gọi <math>N</math> là trung điểm của cạnh <math>SA</math>. Suy ra</p> $CN \perp SA; CN = \sqrt{SC^2 - SN^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$ $S_{\Delta SCA} = \frac{1}{2} AS \cdot CN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} = \frac{a^2\sqrt{39}}{16}.$ Ta có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SCA} \cdot d(B, (SAC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{39}}{16} \cdot d(B, (SAC)) \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$	0.5
V	$m\sqrt{x^2+1} = x+2-m \Leftrightarrow m = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}+1}.$ Đặt $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}+1}.$ Số nghiệm thực của pt đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đt $y = m.$ Ta có : Tập xác định $\mathbb{R}; f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-2x+1}{\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1}+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$	0.25

	<p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.</math>                  Bảng biến thiên của hàm số <math>f(x)</math></p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{4}{3}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{5}{4}</math></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;"><math>-1 \swarrow \searrow 1</math></p>	$x$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$		$\frac{5}{4}$		0.25
$x$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$											
$f'(x)$		+	-											
$f(x)$		$\frac{5}{4}$												
	<p>Dựa vào bảng biến thiên suy ra:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>m &gt; \frac{5}{4} \vee m \leq -1 \Rightarrow</math> phương trình không có nghiệm thực;</li> <li>• <math>m = \frac{5}{4} \vee -1 &lt; m \leq 1 \Rightarrow</math> phương trình có nghiệm thực duy nhất;</li> <li>• <math>1 &lt; m &lt; \frac{5}{4} \Rightarrow</math> phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.</li> </ul>	0.5												
VI.a	<p>Gọi <math>I</math> là tâm của đường tròn <math>(C)</math>. Do <math>(C)</math> tiếp xúc với <math>\Delta</math> tại <math>A</math> nên <math>IA \perp \Delta</math>.                  Suy ra <math>(IA): x+y-3=0</math>. Toạ độ điểm <math>I</math> là nghiệm của hệ</p> $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}.$ Vậy $I(4;-1), R=IA=2\sqrt{2}$	0.5												
	<p>Vậy <math>(C): (x-4)^2 + (y+1)^2 = 8</math></p>	0.5												
VII.a	<p><math>(S)</math> có tâm <math>I(1;-1;-2), R=3</math>  <math>(\Delta_1), (\Delta_2)</math> lần lượt có các vectơ chỉ phương <math>\vec{u} = (2;-1;1), \vec{v} = (1;-1;1)</math></p>	0.5												

	$mp(P)$ có vectơ pháp tuyến $[\vec{u}, \vec{v}] = (0; -1; -1) \Rightarrow (P): y + z + m = 0 \quad (m \in \mathbb{R})$	
	$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{ m-3 }{\sqrt{2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3\sqrt{2} + 3 \\ m = 3 - 3\sqrt{2} \end{cases}$	
	Vậy $(P_1): y + z + 3 + 3\sqrt{2} = 0; (P_2): y + z + 3 - 3\sqrt{2} = 0$	0.5
VIII.a	Ta có $(1-2i)^3 = (1-2i)^2(1-2i) = (-3-4i)(1-2i) = 2i-11$ .	
	Suy ra $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = -35 + 23i \Leftrightarrow x(3+5i) + y(2i-11) = -35 + 23i$	0.5
	$\Leftrightarrow (3x-11y) + (5x+2y)i = -35 + 23i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y = -35 \\ 5x+2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$	0.5
VI.b	$d(F, (d)) = \frac{ -9-16 }{\sqrt{25}} = 5; R^2 = 5^2 + 1^2 = 26$	0.5
	Pt đường tròn cần tìm: $(x+3)^2 + y^2 = 26$	0.5
VII.b	<ul style="list-style-type: none"> <li>Gọi <math>a, c</math> lần lượt là hoành độ, cao độ của các điểm <math>A, C</math>.</li> </ul> Vì $B(0; 3; 0) \in Oy$ nên $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{3} + \frac{z}{c} = 1$ .	0.25
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>M(4; 0; -3) \in (P) \Rightarrow \frac{4}{a} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow 4c - 3a = ac \quad (1)</math></li> <li><math>V_{OABC} = \frac{1}{3} OB \cdot S_{\Delta OAC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}  ac  = \frac{ ac }{2} = 3 \Leftrightarrow  ac  = 6 \quad (2)</math></li> </ul>	0.25
	Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} ac = 6 \\ 4c - 3a = 6 \end{cases} \vee \begin{cases} ac = -6 \\ 4c - 3a = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} a = 2 \\ c = 3 \end{cases}$	0.25
	Vậy $(P_1): \frac{x}{-4} + \frac{y}{3} - \frac{2z}{3} = 1; (P_2): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$	0.25
VIII.b	Ta có $\sqrt{3} \pm i = 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} \pm i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	
	Vậy $P = (\sqrt{3} + i)^8 + (\sqrt{3} - i)^8 = 2^8 \left( \cos \frac{8\pi}{6} + i \sin \frac{8\pi}{6} \right) + 2^8 \left( \cos \frac{8\pi}{6} - i \sin \frac{8\pi}{6} \right)$	0.5
	$= -2^8 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) + 2^8 \left( -\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = -2^8 \cdot 2 \cos \frac{\pi}{3} = -256$	0.5

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.

**ĐỀ 2 THUỘC 50 ĐỀ LUẬN THI ĐẠI HỌC 2009-2010**

**PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH**

**Câu I (2 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - (m^2 - 1)$  (m là tham số) (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 0$ .
2. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương

**Câu II (2 điểm)**

1. Giải phương trình:  $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x - y)(x^2 + y^2) = 13 \\ (x + y)(x^2 - y^2) = 25 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

**Câu III (1 điểm)**

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ , cạnh SA vuông góc với đáy, cạnh SB tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ . Mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại điểm N. Tính thể tích khối chóp S.BCNM.

**Câu IV (2 điểm)**

1. Tính tích phân:  $I = \int_2^6 \frac{dx}{2x + 1 + \sqrt{4x + 1}}$

2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số :  $y = 2\sin^8 x + \cos^4 2x$

**PHẦN TỰ CHỌN: Thí sinh chọn câu V.a hoặc câu V.b**

**Câu V.a.( 3 điểm ) Theo chương trình Chuẩn**

1. Cho đường tròn (C) :  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$  và điểm  $M(2;4)$ .

- a) Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB
  - b) Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C) có hệ số góc  $k = -1$ .
2. Cho hai đường thẳng song song  $d_1$  và  $d_2$ . Trên đường thẳng  $d_1$  có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng  $d_2$  có n điểm phân biệt ( $n \geq 2$ ). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Tìm n.

**Câu V.b.( 3 điểm ) Theo chương trình Nâng cao**

1. Áp dụng khai triển nhị thức Newton của  $(x^2 + x)^{100}$ , chứng minh rằng:



$$100C_{100}^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{99} - 101C_{100}^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{100} + \dots - 199C_{100}^{99} \left(\frac{1}{2}\right)^{198} + 200C_{100}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^{199} = 0.$$

2. . Cho hai đường tròn :  $(C_1) : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$  và  $(C_2) : x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$  có tâm lần lượt là I, J

- a) Chứng minh  $(C_1)$  tiếp xúc ngoài với  $(C_2)$  và tìm tọa độ tiếp điểm H .
- b) Gọi (d) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của  $(C_1)$  và  $(C_2)$  . Tìm tọa độ giao điểm K của (d) và đường thẳng IJ . Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$  tại H .

----- Hết -----

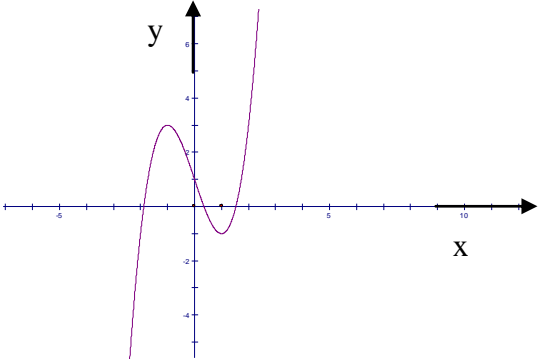
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

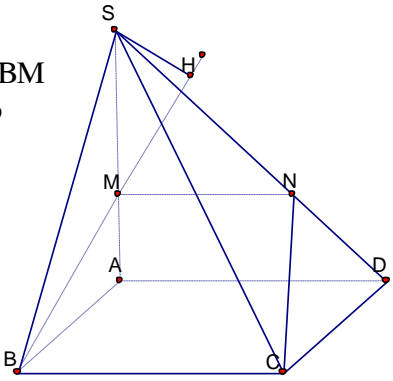
# ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM HỌC 2008 - 2009

Môn thi: TOÁN

*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu	Nội dung	Điểm																	
I 2.0đ	Với $m = 0$ , ta có : $y = x^3 - 3x + 1$ - TXĐ: <b>R</b> - Sự biến thiên: + ) Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ +) Bảng biến thiên: Ta có : $y' = 3x^2 - 3$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$	0,25																	
	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> </tr> </table> <table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">3</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+														
$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$													
1 1,25đ	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ , nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ , giá trị cực đại của hàm số là $y(-1) = 3$ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ , giá trị cực tiểu của hàm số là $y(1) = -1$ - Đồ thị + Điểm uốn : Ta có : $y'' = 6x$ , $y'' = 0$ tại điểm $x = 0$ và $y''$ đổi dấu từ d-ong sang âm khi x qua điểm $x = 0$ . Vậy $U(0; 1)$ là điểm uốn của đồ thị .	0,25																	

		<p>+ Giao điểm với trục tung : (0 ;1)                  + ĐTHS đi qua các điểm :                  A(2; 3) , B(1/2; -3/8)                  C(-2; -1)</p> 	0,5
<p>2 0,75đ</p>		<p>Để ĐTHS (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ d- ong, ta phải có :</p> $\begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ y_{(x_1)}y_{(x_2)} < 0 \\ y(0) < 0 \end{cases} \quad (I)$ <p>Trong đó : <math>y' = 3(x^2 - 2mx + m^2 - 1)</math>  <math>\Delta_{y'} = m^2 - m^2 + 1 = 1 &gt; 0</math> với mọi m  <math>y' = 0</math> khi <math>x_1 = m - 1 = x_{CD}</math> và <math>x_2 = m + 1 = x_{CT}</math>.</p> $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ m+1 > 0 \\ (m^2-1)(m^2-3)(m^2-2m-1) < 0 \\ -(m^2-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}$	<p>0,25  0,5</p>
<p>II 2,0đ</p>	<p>1 1,0đ</p>	<p>Ta có : <math>2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4 \sin x + 1 = 0.</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x + 4 \sin x + 1 = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin^2 x + 4 \sin x = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \sin x (\sqrt{3} \cos x + \sin x + 2) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \sin x = 0</math> (1) hoặc <math>\sqrt{3} \cos x + \sin x + 2 = 0</math> (2)                  + (1) <math>\Leftrightarrow x = k\pi</math>                  + (2) <math>\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = -1</math>  <math>\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi</math></p>	<p>0,25  0,5</p>

	<p>2 1,0đ</p>	$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 & (1) \\ (x+y)(x^2-y^2)=25 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+xy^2-x^2y-y^3=13 & (1') \\ y^3-xy^2+x^2y-x^3=25 & (2') \end{cases}$ <p>Lấy (2') - (1') ta được : <math>x^2y - xy^2 = 6 \Leftrightarrow (x-y)xy = 6</math> (3)</p> <p>Kết hợp với (1) ta có :</p> $\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 \\ (x-y)xy=6 \end{cases} \quad \text{(I). Đặt } y = -z \text{ ta có :}$ $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} (x+z)(x^2+z^2)=13 \\ -(x+z)xz=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+z)[(x+z)^2-2xz]=13 \\ (x+z)xz=-6 \end{cases}$ <p>đặt <math>S = x+z</math> và <math>P = xz</math> ta có :</p> $\begin{cases} S(S^2-2P)=13 \\ SP=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^3-2SP=13 \\ SP=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=-6 \end{cases}$ <p>Ta có : <math>\begin{cases} x+z=1 \\ x.z=-6 \end{cases}</math> . Hệ này có nghiệm <math>\begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}</math> hoặc <math>\begin{cases} x=-2 \\ z=3 \end{cases}</math></p> <p>Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm là : ( 3 ; 2) và ( -2 ; -3 )</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>III 1.0đ</p>	<p>1đ</p>	<p>Ta có ( SAB ) <math>\perp</math> ( BCNM ) và ( SAB ) <math>\cap</math> ( BCNM ) = BM .</p> <p>Từ S hạ SH vuông góc với đ-ờng thẳng BM thì SH <math>\perp</math> ( BCNM ) hay SH là đ-ờng cao của hình chóp SBCNM.</p> <p>Mặt khác :</p> <p>SA = AB.tan60° = a<math>\sqrt{3}</math> .</p> <p>Suy ra : MA = <math>\frac{1}{3}</math> SA</p> <p>Lại có : MN là giao tuyến của của mp(BCM) với mp(SAD), mà BC // (SAD) nên NM // AD và MN // BC</p> <p>Do đó : <math>\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{2a}{3}</math></p> <p>Vì AD <math>\perp</math> (SAB) nên MN <math>\perp</math> (SAB) , suy ra MN <math>\perp</math> BM và BC <math>\perp</math> BM</p> <p>Vậy thiết diện của mp(BCM) với hình chóp SABCD là hình thang vuông BCNM .</p> <p>Ta có : <math>S_{BCNM} = \frac{1}{2}(MN + BC)BM</math></p> <p>Trong đó : BC = 2a , MM = <math>\frac{2a}{3}</math> và BM = <math>\sqrt{AB^2 + AM^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}</math></p>	 <p>0,5</p>

		<p>Vậy <math>S_{BCNM} = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{2a}{3} + 2a}{2} \right) \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}</math></p> <p>Khi đó : <math>V_{SBCNM} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{BCNM}</math></p> <p>Tính SH : Ta có <math>\Delta MAB \square \Delta MHS</math>, suy ra :</p> $\frac{SH}{AB} = \frac{MS}{BM} \Rightarrow SH = \frac{MS \cdot AB}{MB} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = a$ <p>Vậy : <math>V_{SBCNM} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{9} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{27}</math></p>	0,5												
	1 1.0đ	<p>đặt <math>t = \sqrt{4x+1}</math>, ta có <math>dt = \frac{2dx}{\sqrt{4x+1}}</math> hay <math>\frac{t}{2} dt = dx</math> và <math>x = \frac{t^2-1}{4}</math></p> <p>Khi <math>x = 2</math> thì <math>t = 3</math> và khi <math>x = 6</math> thì <math>t = 5</math></p> <p>Khi đó :</p> $I = \int_3^5 \frac{t dt}{2 \left( \frac{t^2-1}{2} + 1 + t \right)} = \int_3^5 \frac{t dt}{(t+1)^2} = \int_3^5 \left( \frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt$ $= \left( \ln t+1  + \frac{1}{t+1} \right) \Big _3^5 = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{12}$	0,25  0,5												
IV 2đ	2 1.0đ	<p>Đặt <math>t = \cos 2x</math> (<math>-1 \leq t \leq 1</math>) thì <math>\sin^2 x = \frac{1-t}{2}</math></p> <p>+</p> $f'(t) = 4t^3 + \frac{1}{2}(t-1)^3 = \frac{1}{2} [8t^3 + (t-1)^3]$ $= \frac{1}{2} (2t+t-1) [4t^2 + 2t(t-1) + (t-1)^2] = \frac{1}{2} (3t-1)(7t^2 - 4t + 1)$ <p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>t</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1/3</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'(t)</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(t)</math></td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>\frac{1}{27}</math></p> <p>Qua bảng biến thiên ta có : <math>\min y = \frac{1}{27}</math> và <math>\max y = 3</math></p>	$t$	-1	1/3	1	$f'(t)$	-	0	+	$f(t)$	3		1	0,25  0,5
$t$	-1	1/3	1												
$f'(t)$	-	0	+												
$f(t)$	3		1												

Va 3đ	1a	<p>Đ-òng tròn (C) : <math>(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4</math> có tâm I ( 1 ; 3) và bán kính <math>R = 2</math> .</p> <p>Ta có : (d) : <math>\begin{cases} \text{qua M} \\ MA = MN \end{cases} \Leftrightarrow (d) : \begin{cases} \text{qua M} \\ AB \perp MI \end{cases} \Leftrightarrow (d) : \begin{cases} \text{Qua M}(2;4) \\ \text{vtpt } \overline{MI}(1;1) \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (d) : x - 2 + y - 4 = 0 \Leftrightarrow (d) : x + y - 6 = 0</math></p>	0,25 0,5 0,25
	1b	<p>Đ-òng thẳng (d) với hệ số góc <math>k = -1</math> có dạng : <math>y = -x + m</math> hay <math>x + y - m = 0</math> (1)</p> <p>Đ-òng thẳng (d) là tiếp tuyến của đ-òng tròn (C) <math>\Leftrightarrow kc(I,(d)) = R</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{ 1+3-m }{\sqrt{1+1}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4 + 2\sqrt{2} \\ m_2 = 4 - 2\sqrt{2} \end{cases}</math></p> <p>+ Vậy có 2 tiếp tuyến thoả mãn đề bài là : <math>x + y - 4 \pm 2\sqrt{2} = 0</math></p>	0,25 0,5 0,25
	2	<p>Theo đề ra ta có : <math>C_{n+10}^3 - C_{10}^3 - C_n^3 = 2800</math> ( <math>n \geq 2</math> )</p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{(n+10)}{3!(n+7)!} - \frac{10!}{3!7!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} = 2800</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (n+10)(n+9)(n+8) - 10.9.8 - n(n-1)(n-2) = 2800.6</math></p> <p><math>\Leftrightarrow n^2 + 8n - 560 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -20 &lt; 2 \\ n = 28 \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>n = 28</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Vb 3.0 đ	1	<p>Ta có : <math>[(x^2 + x)^{100}]' = 100(x^2 + x)^{99}(2x + 1)</math> (1)</p> <p>và <math>(x^2 + x)^{100} = C_{100}^0 x^{100} + C_{100}^1 x^{101} + C_{100}^2 x^{102} + \dots + C_{100}^{99} x^{199} + C_{100}^{100} x^{200}</math></p> <p><math>\Rightarrow [(x^2 + x)^{100}]' = 100C_{100}^0 x^{99} + 101C_{100}^1 x^{100} + \dots + 199C_{100}^{99} x^{198} + 200C_{100}^{100} x^{199}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta thay <math>x = -\frac{1}{2}</math>, ta đ-ợc</p> <p><math>100C_{100}^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{99} - 101C_{100}^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{100} + \dots - 199C_{100}^{99} \left(\frac{1}{2}\right)^{198} + 200C_{100}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^{199} = 0.</math></p>	0,25 0,5 0,25
	2a	<p><math>(C_1)</math> có tâm I ( 2 ; -1) và bán kính <math>R_1 = 3</math> . <math>(C_2)</math> có tâm J(5;3) và bán kính <math>R_2 = 2</math>. Ta có : <math>IJ^2 = (5 - 2)^2 + (3 + 1)^2 = 25 \Rightarrow IJ = 5 = R_1 + R_2</math> Suy ra <math>(C_1)</math> và <math>(C_2)</math> tiếp xúc ngoài với nhau . Tọa độ tiếp điểm H đ-ợc xác định bởi :</p> <p><math>2\overline{HI} = -3\overline{HJ} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_1 - x_H) = -3(x_J - x_H) \\ 2(y_1 - y_H) = -3(y_J - y_H) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{19}{5} \\ y_H = \frac{7}{5} \end{cases}</math></p>	0,25 0,25 0,5

2b	<p>Có : <math>2\overline{KI} = 3\overline{KJ} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_I - x_K) = 3(x_J - x_K) \\ 2(y_I - y_K) = 3(y_J - y_K) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 11 \\ y_K = 11 \end{cases}</math></p> <p>Đ-òng tròn (C) qua K , tiếp xúc với <math>(C_1)</math> , <math>(C_2)</math> tại H nên tâm E của (C) là trung điểm của KH : <math>E\left(\frac{37}{5}; \frac{31}{5}\right)</math>. Bán kính (C) là <math>EH = 6</math></p>	0,5
	<p>Ph-ơng trình của (C) là : <math>\left(x - \frac{37}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{31}{5}\right)^2 = 36</math></p>	0,5

**ĐỀ 3 THUỘC 50 ĐỀ LUẬN THI ĐẠI HỌC 2009-2010**

**Câu 1.(2 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - (m - 1)x + m$ (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m=1$ .
- 2) Trong trường hợp hàm số (1) đồng biến trong tập số thực R, tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm (1) và hai trục Ox, Oy có diện tích bằng 1.

**Câu 2.( 2 điểm)**

- 1) Giải phương trình nghiệm thực :  $1 - \tan x \cdot \tan 2x = \cos 3x$ .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số k để phương trình  $\sqrt{(k + 1)4^x - 2^x + k} = 1 - 2^x$  có nghiệm.

**Câu 3.(2 điểm)**

- 1) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho elip (E):  $x^2 + 4y^2 = 4$ . Qua M(1;2) kẻ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (E) tại A và B. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B.
- 2) Cho tam giác ABC thỏa mãn

$$\cos 2A + \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \frac{5}{2} = 0$$

Tính độ lớn ba góc của tam giác đó.

**Câu 4.( 2 điểm)**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos^2 \frac{x}{2} + x \cos x) \cdot e^{\sin x} dx$$

- 1) Tính tích phân
- 2) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện  $2\sqrt{xy} + \sqrt{xz} = 1$

$$S = \frac{3yz}{x} + \frac{4xz}{y} + \frac{5xy}{z}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

**II. PHẦN TỰ CHỌN.**(Thí sinh chọn câu 5a, hoặc câu 5b)

**Câu 5a. ( Theo chương trình THPT không phân ban) ( 2 điểm)**

- 1) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng  $(d_1) : z - 3 = 0$  và  $(d_2) : x - 1 = 0$   
Lập phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng trên.
- 2) Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số, sao cho trong mỗi số đó chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng liền trước nó ?

**Câu 5b.(Theo chương trình THPT phân ban thí điểm) ( 2 điểm).**

- 1) Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng

(ABCD) và  $SA = a$ .

Tính diện tích của thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng qua A vuông góc với cạnh SC.

2) Giải bất phương trình  $\log_{(x^2-1)}3 \leq \log_x 2 (x \in R)$

## LỜI GIẢI:

### Câu 1

Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - (m - 1)x + m$  (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m=1$ . (Tự giải)

2) Trong trường hợp hàm số (1) đồng biến trong tập  $R$ , tìm  $m$  để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số (1) và hai trục  $Ox, Oy$  có diện tích bằng 1.

+Để dàng chứng minh đường cong luôn qua điểm cố định  $(1;0)$ .

+Hàm số đồng biến trong tập số thực  $R$  khi  $m \leq -\frac{1}{3}$

+Vì hàm số trên là hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  và luôn đồng biến nên đồ thị cắt trục tung có giá trị âm.

$$\text{Vậy } S = - \int_0^1 [x^3 - 2x^2 - (m - 1)x + m] = -\frac{1}{2} - \frac{m}{2}$$

theo giả thiết  $S=1$ , suy ra  $m = -\frac{13}{6}$  thỏa điều kiện

### Câu 2.a

a) Giải phương trình nghiệm thực:  $1 - \tan x \cdot \tan 2x = \cos 3x$ .

$$\text{Điều kiện: Điều kiện } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos^2 x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Phương trình viết lại:  $\cos 3x = \cos 3x \cos x \cos 2x$

Hoặc  $\cos 3x = 0 \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos^2 x = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Hoặc  $\cos x \cos 2x = 1, \Rightarrow x = 2m\pi$ .

2.b Tìm tất cả các giá trị của tham số  $k$  để phương trình  $\sqrt{(k+1)4^x - 2^x + k} = 1 - 2^x$  có nghiệm.  
cách 1

$$\text{Phương trình viết lại } k = \frac{1 - 2^x}{1 + 4^x}$$

Đặt  $2^x = t$ , điều kiện  $0 < t \leq 1$

nên phương trình trở thành:  $f(t) = \frac{1-t}{1+t^2} = k$

Do đó  $f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 1}{(1+t^2)^2} < 0, (\forall t \in (0; 1])$

Vậy hàm  $f(t)$  giảm trong  $(0; 1]$

Nên suy ra  $f(1) \leq f(t) < f(0) \Rightarrow 0 \leq k < 1$

**Cách 2.** Đặt  $t = 2^x$

Phương trình viết lại  $\sqrt{(k+1)t^2 - t + k} = 1 - k$  (1)

Điều kiện  $0 < t \leq 1$  (2)

Phương trình tương đương  $f(t) = kt^2 + t + k - 1 = 0$ .

Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có ít nhất một nghiệm thuộc điều kiện (2).

Xây ra các trường hợp sau:

Khi  $k=0$ , suy ra  $t=1$  (nhận).

Khi  $k$  khác 0. Để phương trình có nghiệm thì

\* $f(0).f(1) < 0$ . (3)

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < \frac{s}{2} < 1 \\ kf(0) > 0, kf(1) > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Giải (3), (4). Để phương trình có nghiệm thì  $0 \leq k < 1$

**Câu 3a.**

1) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho elip (E):  $x^2 + 4y^2 = 4$ . Qua  $M(1; 2)$  kẻ hai đường thẳng lần lượt tiếp xúc với (E) tại A và B.

Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Giả sử ta kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB trong đó lần lượt có hai tiếp điểm là  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ .

Do đó phương trình tiếp tuyến của (E) tại A là  $x x_A + 4y y_A = 4$ , mà tiếp tuyến đi qua  $M(1; 2)$  nên thỏa mãn  $x_A + 8y_A = 4$  (1)

Tương tự ta có tiếp tuyến đi qua M, B là  $x_B + 8y_B = 4$  (2)

Từ (1), (2) chứng tỏ đường thẳng  $x + 8y - 4 = 0$  đi qua hai tiếp điểm A, B

**Câu 3b.**

b) Cho tam giác ABC thỏa mãn

$$\cos 2A + \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \frac{5}{2} = 0$$

Tính độ lớn ba góc của tam giác đó.

$$\text{Biểu thức viết lại: } 2\left[\cos A - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(B-C)\right]^2 + \frac{3}{2}\sin^2(B-C) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin(B-C) = 0 \\ \cos A - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(B-C) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 30^\circ; B = C = 75^\circ$$

**Cách 2 :**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \sqrt{3}(\cos 2B + \cos 2C) + \cos 2A + \frac{5}{2} \\ &= -2\sqrt{3}\cos A \cos(B-C) + 2\cos^2 A + \frac{3}{2} \end{aligned}$$



\* Nếu A nhọn ta có  $S \geq -2\sqrt{3}\cos A + 2\cos^2 A + \frac{3}{2}$

$$= 2(\cos A - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 \geq 0$$

Để  $S = 0 \Leftrightarrow \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow A = 30^\circ, B = C = 75^\circ$ .

Nếu A tù, không xảy ra.

Câu 4.a.

Ta có:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos^2 \frac{x}{2} + x\cos x).e^{\sin x} dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.e^{\sin x}.dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\cos x.e^{\sin x} dx$$

Đặt  $\begin{cases} u = e^{\sin x} \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \cos x.e^{\sin x}.dx \\ v = x \end{cases}$

Do đó  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx = (x.e^{\sin x})|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x.e^{\sin x} dx$

$$I = (x\sin x)|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.e^{\sin x}.dx = \frac{e(2 + \pi)}{2} - 1$$

Vậy:

4b.

b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện  $2\sqrt{xy} + \sqrt{xz} = 1$

$$S = \frac{3yz}{x} + \frac{4xz}{y} + \frac{5xy}{z}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\frac{yz}{x} + \frac{xz}{y} \geq 2z$$

$$\text{Ta có: } \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} \geq 2y \Rightarrow 2(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x}) \geq 4y \quad (1)$$

$$\frac{xz}{y} + \frac{xy}{z} \geq 2x \Rightarrow (\frac{xz}{y} + \frac{xy}{z}) \geq 6x \quad (2)$$

$$S = \frac{3yz}{x} + \frac{4xz}{y} + \frac{5xy}{z} \geq 2z + 4y + 6x = 2[(x + z) + 2(y + x)]$$

$$\geq 2(2\sqrt{xz} + 4\sqrt{yx}) = 4(\sqrt{xz} + 2\sqrt{xy}) = 4.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } x = y = z = \frac{1}{3}$$

Câu 5b1

1) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng

$$(d_1): z - 3 = 0 \text{ và } (d_2): x - 1 = 0$$

Lập phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng trên.

Giải Dễ dàng chứng minh được hai đường thẳng chéo nhau, nên tâm mặt cầu cần tìm là trung điểm I đoạn vuông góc chung EF của hai đường thẳng đó và đường kính là EF.

Đường thẳng  $(d_1)$  viết lại  $y = tz = 3$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{a} = (-2; 1; 0)$  và điểm  $E(4 - 2t; t; 3) \in (d_1)$

Đường thẳng  $(d_2)$  viết lại  $y = pz = -p$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{b} = (0; 1; -1)$  và điểm  $F(1; p; -p) \in (d_2)$

Suy ra  $\vec{EF} = (3 - 2t; t - p; 3 + p)$ . Vì EF vuông góc cả hai đường thẳng trên nên ta có hệ

$$\vec{EF} \cdot \vec{a} = 0 \vec{EF} \cdot \vec{b} = 0$$

Giải hệ này ta có  $t=1, p=-1$

Từ đó suy ra mặt cầu  $(x - \frac{3}{2})^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}$

5b2.

Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số,

sao cho trong mỗi số đó chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng liền trước nó ?[/B]

Giả sử số đó là  $x = abcd$ . Theo giả thiết ta có các trường hợp sau

\*  $d = 4$ , suy ra  $x = 1234$ . Do đó có một cách chọn .

\*  $d=6$  suy ra có  $C_5^3 = 10$  cách chọn cho a,b,c lấy từ  $\{1;2;3;4;5\}$

\*  $d= 8$  suy ra có  $C_7^3 = 35$  cách chọn cho a,b,c trong tập  $\{1;2;3;4;5;6;7\}$

Theo yêu cầu đề toán , có  $1+10 + 35 = 46$  số được chọn.

Câu 5b

Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = a.

Tính diện tích của thiết diện tạo bởi hình chóp với mặt phẳng qua A vuông góc với cạnh SC.

**Phương pháp tọa độ Oxyz** Ta chọn A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), suy ra C(a;a;0) và S(0;0;a).

Mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc SC nên nhận vector  $\vec{SC} = (a; a; -a)$  làm vector pháp tuyến, suy ra mặt phẳng (P):  $x+y-z=0$ .

Lập phương trình đường thẳng SD  $y = tz = a - t$ .

Gọi M là giao điểm của SD và (P) nên nó là nghiệm của hệ hai phương trình của SD và (P) , suy ra

$$M(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2})$$

Tương tự gọi N là giao điểm SC và (P) ta có  $N(\frac{a}{3}; \frac{a}{3}; \frac{2a}{3})$

$$S = 2S_{AMN} = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$$

Do đó diện tích của thiết diện là

Cách 2 :

**Hai phương pháp tổng hợp**

Cách CM trực tiếp

Giả sử mặt phẳng (P) qua A cắt SB, SD, SC lần lượt tại E, F. G. Ta cần chứng minh thiết diện AEGF là tứ giác có hai đường chéo EF và AG vuông góc nhau.

Trong đó AE vuông góc SB, suy ra E là trung điểm SB, tương tự F là trung điểm SD. Do đó  $EF = 12\sqrt{2}a$ .

Và xét tam giác SAC vuông tại A, áp dụng hệ thức  $\frac{1}{AG^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AG = \sqrt{\frac{2}{3}}a$

$$S_{AEGF} = \frac{1}{2}EF \cdot AG = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$$

Do đó diện tích thiết diện

Cách 3

Vận dụng Thể tích.

Ta nhận thấy (SAC) là mặt phẳng đối xứng của khối đa diện trên.

Ta tính  $SE = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a, SG = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\text{Ta có } \frac{V_{SAEG}}{V_{SABC}} = \frac{SE \cdot SG}{SB \cdot SC}$$

$$= \frac{1}{6} \Rightarrow V_{AEG} = \frac{1}{6}S_{SABC} = \frac{1}{12}a^3$$

Do đó 
$$S_{AEG} = \frac{3V_{SAEG}}{SG} = \frac{a^2}{4\sqrt{3}}$$

Suy ra diện tích thiết diện 
$$S_{AEGF} = 2S_{AEG} = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$$

Câu 5b2.

2) Giải bất phương trình  $\log_{(x^2-1)}3 \leq \log_x 2 (x \in R)$

Bất phương trình viết lại 
$$\frac{1}{\log_3(x^2 - 1)} \leq \frac{1}{\log_2 x (1)}$$

ĐK:  $x > 1, x \neq \sqrt{2}$

Khi  $1 < x < \sqrt{2}$ . Ta có vế trái âm, vế phải dương, bất phương trình luôn đúng, nên (1) nhận  $1 < x < \sqrt{2}$  là nghiệm.

Khi  $x > \sqrt{2}$ , hai vế bất phương trình đều dương, nên bất phương trình tương đương  $\log_2 x \leq \log_3(x^2 - 1)$

Đặt  $t = \log_2 x$ . Vì  $x > \sqrt{2} \Rightarrow t > \frac{1}{2}, x = 2^t$

Do đó bất phương trình viết lại:

$$3^t \leq 4^t - 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t \leq 1$$

Lại đặt  $f(t) = \left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t$  là hàm liên tục trong  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Ta có  $f'(t) = \left(\frac{3}{4}\right)^t \ln \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^t \ln \frac{1}{4} < 0 \Rightarrow f(t)$  là hàm giảm trong  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Mặt khác ta có  $f(1) = 1$ . Do đó bất phương trình viết lại

$$f(t) \leq f(1) \Leftrightarrow t \geq 1 \Leftrightarrow \log_2 x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là  $1 < x < \sqrt{2}$  hoặc  $x \geq 2$

**ĐỀ 4 THUỘC 50 ĐỀ LUẬN THI ĐẠI HỌC 2009-2010**

**Phần Chung Cho Tất Cả Các Thí Sinh**

**Câu I (2 đ)**

Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho
- 2) Viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua A(0, -5)

**Câu II (2 đ)**

- 1) Giải phương trình:  $(2\sin^2 x - 1)\operatorname{tg}^2 2x + 3(2\cos^2 x - 1) = 0$
- 2) Giải phương trình:  $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}, x \in R$

**Câu III (2 đ)**

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho 2 đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2 \end{cases} \quad \Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$$

- 1) Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng  $\Delta_1$  và song song với đường thẳng  $\Delta_2$
- 2) Xác định điểm A trên  $\Delta_1$  và điểm B trên  $\Delta_2$  sao cho đoạn thẳng AB có độ dài nhỏ nhất.

**Câu IV (2 đ)**

- 1) Tính tích phân:  $I = \int_5^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-1}}$
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:  $y = x + \frac{11}{2x} + \sqrt{4\left(1 + \frac{7}{x^2}\right)}, x > 0$

**Phần tư chọn: Thí sinh chọn câu Va hoặc câu Vb**

**Câu Va (2đ)** Theo chương trình THPT không phân ban (2 đ)

- 1) Trong mp với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại B, với A(1, -1); C(3, 5). Điểm B nằm trên đường thẳng d:  $2x - y = 0$ . Viết phương trình các đường thẳng AB, BC.
- 2) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau, trong đó có đúng 2 chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau?

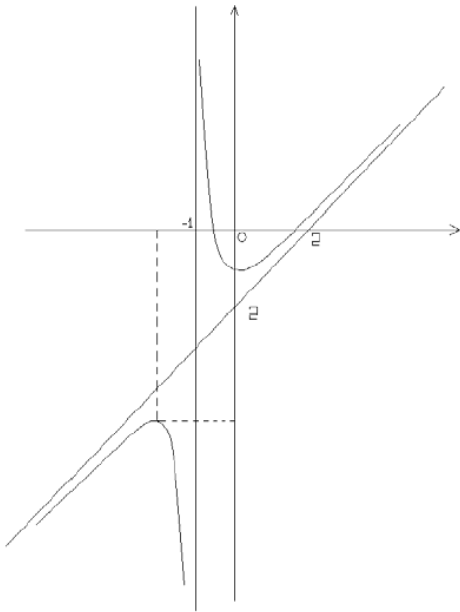
**Câu Vb (2 đ)** Theo chương trình phân ban THPT thí điểm (2 đ)

- 1) Giải phương trình:  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+1} - \log_{\frac{1}{2}} (3-x) - \log_8 (x-1)^3 = 0$
- 2) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a,  $\angle A D = 60^\circ$ , SA vuông góc với mp (ABCD), SA = a. Gọi C' là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song song với BD, cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B', D'. Tính thể tích của khối chóp S.A'B'C'D'.

## LỜI GIẢI ĐỀ 4

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y		-5			

$-\infty$        $-\infty$        $+\infty$        $+\infty$   
 -1



2/ Viết pt tiếp tuyến với (C) đi qua A(0,-5)

Phương trình tiếp tuyến đi A(0,-5) có dạng:  $y = kx - 5$

$$\square \text{ tiếp xúc với (C)} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2+\frac{1}{x+1}=kx-5 & (1) \\ 1-\frac{1}{(x+1)^2}=k & (2) \end{cases}$$

có nghiệm

thế (2) vào (1) ta có pt hệ tiếp điểm:  $3x^2+8x+4=0$

$$\Leftrightarrow x=-2 \text{ v } x=-\frac{2}{3} \Rightarrow k_1=0 \text{ v } k_2=-8$$

vậy có hai tiếp tuyến  $(\Delta_1): y = -5$  và  $(\Delta_2): y = -8x - 5$

**Câu II**

1/ Giải pt:  $(2\sin^2x-1)\text{tg}^22x+3(2\cos^2x-1)=0$  (1) ĐK  $\cos 2x \neq 0$

$$(1) \Leftrightarrow -\cos 2x \text{tg}^22x+3\cos 2x=0 \Leftrightarrow \text{tg}^22x=3$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{tg} 2x = \pm \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \quad (\text{thỏa điều kiện})$$

**Nhận xét:** ta không cần đặt điều kiện cũng được, vì khi  $\operatorname{tg} 2x$  tồn tại nghĩa là đã có  $\cos 2x \neq 0$

2/ Giải pt:  $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$  (1)

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = (3x-2) + (x-1) - 6 + 2\sqrt{(3x-2)(x-1)}$$

$$= (\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1})^2 - 6$$

Đặt  $t = \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} \geq 0$

(1) thành  $t = t^2 - 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = -2$  (l) hay  $t = 3$

vậy (1)  $\Leftrightarrow \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$

$\Leftrightarrow 3x-2+x-1+2\sqrt{(3x-2)(x-1)}=9$  và  $x \geq 1$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(3x-2)(x-1)}=12-4x$  và  $x \geq 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{(3x-2)(x-1)}=6-2x$  và  $x \geq 1$

$\Leftrightarrow (3x-2)(x-1)=(6-2x)^2$  và  $1 \leq x \leq 3$

$\Leftrightarrow x^2-19x+34=0$  và  $1 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow x=2$

**Câu III**

1/  $\square_1$  đi qua  $M_1(1,-1,2)$ , VTCP  $\vec{a} = (1,-1,0)$

$\square_2$  đi qua  $M_2(3,1,0)$ , VTCP  $\vec{b} = (-1,2,1)$

mp(P) cần tìm chứa  $\square_1$  và  $\square_2$  nên (P) qua  $M_1$  có PVT  $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-1,-1,1)$  do đó pt(P) :  $-(x-1) - (y+1) + (z-2) = 0$

$$\Leftrightarrow x + y - z + 2 = 0$$

2/ AB ngắn nhất  $\Leftrightarrow AB \perp (\square_1, \square_2)$

$$\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2 \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x=3-t' \\ y=1+2t' \\ z=t' \end{cases}$$

$A \in \square_1 \Rightarrow A(1+t, -1-t, 2); B \in \square_2 \Rightarrow B(3-t', 1+2t', t')$

$\Rightarrow \vec{AB} = (2-t'-t, 2+2t'+t, t'-2)$

Vì  $AB \perp (\square_1, \square_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{a} = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{b} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+3t'=0 \\ 3t+6t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=t'=0$

$\Rightarrow A(1,-1,2), B(3,1,0)$  (trùng với  $M_1, M_2$ )

**Câu IV**

1/ Tính  $I = \int_0^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-1}}$  Đặt  $t = \sqrt{x-1} \Rightarrow x = t^2+1 \Rightarrow dx = 2tdt$

Đổi cận:  $t(5) = 2; t(10) = 3$

$$I = \int_2^3 \frac{2tdt}{t^2-2t+1} = 2 \int_2^3 \left( \frac{1}{t-1} + \frac{1}{(t-1)^2} \right) dt$$

$$= 2 \ln|t-1| \Big|_2^3 - \frac{2}{t-1} \Big|_2^3 = 2 \ln 2 + 1$$





2/ Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$y = x + \frac{11}{2x} + \sqrt{4\left(1 + \frac{7}{x^2}\right)} \quad (x > 0) \quad (1)$$

$$\text{Tacó: } \left(3 + \frac{7}{x}\right)^2 = \left(3 \cdot 1 + \sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{x}\right)^2 \leq (9+7)\left(1 + \frac{7}{x^2}\right) = 16\left(1 + \frac{7}{x^2}\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{4\left(1 + \frac{7}{x^2}\right)} \geq \frac{1}{2}\left(3 + \frac{7}{x}\right) \quad \text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{3}{1} = \frac{x\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = x \quad (A)$$

$$\text{Suy ra: } y \geq x + \frac{11}{2x} + \frac{1}{2}\left(3 + \frac{7}{x}\right) = \frac{3}{2} + \left(x + \frac{9}{x}\right) \geq \frac{3}{2} + 2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} = \frac{3}{2} + 6 = \frac{15}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = \frac{9}{x} \text{ và (A)} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{Vậy ta có } y_{\min} = \frac{15}{2} \text{ xảy ra} \Leftrightarrow x = 3$$

**Câu Va**

1/pt trung trực của AC là:  $x + 3y - 8 = 0$

Do tam giác ABC cân tại B nên B thuộc trz trực của AC. Do đó

$$B \begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(\frac{8}{7}, \frac{16}{7}\right)$$

$$\text{pt đường thẳng AB: } \frac{x-1}{\frac{8}{7}-1} = \frac{y+1}{\frac{16}{7}+1} \Leftrightarrow 23x - y - 24 = 0$$

tương tự pt BC:  $19x - 13y + 8 = 0$ .

2/ Số cách chọn hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau từ ba chữ số 1,3,5 là  $A_3^2 = 6$  cách. Ta xem mỗi cặp số lẻ như vậy là một phân tử x.

Vậy mỗi số cần lập gồm phân tử x và 3 trong 4 chữ số chẵn 0,2,4,6.

Gọi  $n = a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$

Ta có các trường hợp sau:

\* TH<sub>1</sub>:  $a_0 = 0$ . Đưa x vào 4 vị trí đầu có 3 cách

Đưa 2 số chẵn từ 2,4,6 vào 2 vị trí còn lại có  $A_3^2$  cách.

Vậy có 3.  $A_3^2 = 18$  cách

\* TH<sub>2</sub>:  $a_0$  chẵn  $\neq 0$  và x ở hai vị trí  $a_4 a_3$ . Có 3.  $A_3^2 = 18$  cách

\* TH<sub>3</sub>:  $a_5$  chẵn  $\neq 0$  và x ở hai vị trí  $a_3 a_2$  hoặc  $a_2 a_1$ . Có 24 cách.

Vậy ta có  $6(18+18+24) = 360$  số n.

**Câu Vb**

$$1/ \text{Giải pt: } \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+1} - \log_{\frac{1}{2}} (3-x) - \log_8 (x-1)^3 = 0 \quad (1)$$

Với ĐK:  $1 < x < 3$  thì

$$(1) \Leftrightarrow \log_2 (x+1) + \log_2 (3-x) = \log_2 (x-1) \Leftrightarrow (x+1)(3-x) = x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} (l) \text{ hay } x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

2/ Hình thoi ABCD có  $\angle BAD = 60^\circ$

nên  $\triangle BAD$  đều có cạnh là  $a$

$$\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 2AO = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow SC^2 = SA^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2$$

$$\Rightarrow SC = 2a$$

Trong  $\square SAC$  vuông ở  $A$ , trung tuyến

$$AC' = \frac{SC}{2} = a \Rightarrow \triangle SAC' \text{ đều cạnh } a$$

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  với  $BD$

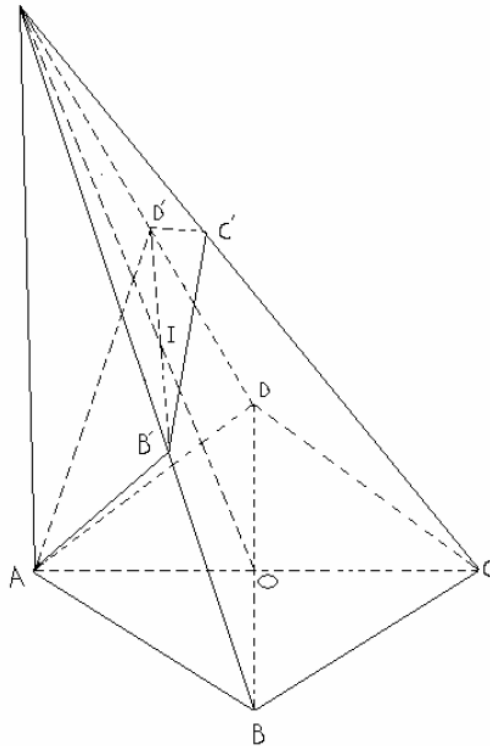
$I$  là giao điểm của  $AC'$  và  $B'D'$ .

Ta có  $I$  là trọng tâm  $\triangle SAC'$

(vì là giao điểm của 2 trung tuyến  $SO$  và  $AC'$ )

$$\Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow B'D' = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}a$$

$$\text{Ta có } B'D' \perp AC' \text{ (vì } B'D' \parallel BD \text{)} \text{ nên } S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2}AC' \cdot B'D' = \frac{a^2}{3}$$



Đường cao  $h$  của khối chóp  $S.AB'C'D'$  chính là đường cao  $SH$  của  $\triangle SAC'$  vì  $SH \perp AC'$ ,  $SH \perp B'D'$ . Chú ý rằng  $\triangle SAC'$  đều cạnh  $a$  nên

$$h = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{SAB'C'D'} = \frac{1}{3}h \cdot S_{AB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

**ĐỀ 5 THUỘC 50 ĐỀ LUẬN THI ĐẠI HỌC 2009-2010**

**A. PHẦN CHUNG**

Câu I: (2 điểm). Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ .

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m = 1$ .
2. Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số có cực đại, cực tiểu. Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số có điểm cực đại, điểm cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng  $d: x + 8y - 74 = 0$ .

Câu II: (2 điểm).

1. Giải phương trình :  $1 + \sqrt{3}(\sin x + \cos x) + \sin 2x + \cos 2x = 0$
2. Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x + m(x - 4) \cdot \sqrt{\frac{x+2}{4-x}} + 2\sqrt{8+2x-x^2} - 14 - m = 0$  có nghiệm thực.

Câu III: (2 điểm).

Trong không gian với hệ trục tọa độ Đềcát Oxyz, cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$  ,  $\Delta_2 :$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

1. Chứng minh hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  chéo nhau.
2. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng  $\Delta_2$  và tạo với đường thẳng  $\Delta_1$  một góc  $30^\circ$ .

Câu IV: (2 điểm).

1. Tính tích phân :  $I = \int_1^2 \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^3} dx$ .
2. Cho  $x, y, z > 0$  và  $x + y + z \leq xyz$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức.

$$P = \frac{1}{x^2 + 2yz} + \frac{1}{y^2 + 2zx} + \frac{1}{z^2 + 2xy}$$

**II PHẦN RIÊNG :**

**Phần 1: theo chương trình cơ bản**

**Câu Va:** (2 điểm).

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcát Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, phương trình cạnh AB:  $x + y - 3 = 0$ , phương trình cạnh AC:  $x - 7y + 5 = 0$ , đường thẳng BC đi qua điểm  $M(1; 10)$ . Viết phương trình cạnh BC và tính diện tích của tam giác ABC.

2. Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển nhị thức Niuton của  $\left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ , biết rằng

$$A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 4n + 6$$

( $n$  là số nguyên dương,  $x > 0$ ,  $A_n^k$  là số chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử,  $C_n^k$  là số tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử)

**Phần 2: Chương trình nâng cao.**

**Câu Vb (2 điểm)**

1. Trong không gian Oxyz cho tứ diện ABCD có A (-2, 1, -3), B (2, 2, -1), C (2, -1, -1), D (0, 3, 1)  
 Tính khoảng cách từ tâm hình cầu ngoại tiếp ABCD đến cạnh AB.

2. Giải pt trên tập số phức :

$$\begin{cases} 2z^2 - 2\sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0 \\ \alpha \in (0; \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

..... Hết .....

**ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA SỐ 5**

Câu	Nội dung	Điểm																		
I-1	<p>Khi <math>m = 1</math>. Ta có hàm số <math>y = -x^3 + 3x^2 - 4</math>.                      Tập xác định <math>D = \mathbb{R}</math>.                      Sự biến thiên.                      Chiều biến thiên.  <math>y' = -3x^2 + 6x</math>, <math>y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2</math>.  <math>y' &gt; 0 \forall x \in (0; 2)</math>. Hàm số đồng biến trên khoảng <math>(0; 2)</math>.  <math>y' &lt; 0 \forall x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)</math>. Hàm số nghịch biến trên các khoảng <math>(-\infty; 0)</math> và <math>(2; +\infty)</math>.                      Cực trị. Hàm số đạt cực đại tại <math>x = 2</math>, <math>y_{CD} = y(2) = 0</math>. Hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = 0</math>, <math>y_{CT} = y(0) = -4</math>.                      Giới hạn. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x^2 - 4) = +\infty</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x^2 - 4) = -\infty</math>. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.</p>	0,25																		
	<p>Tính lồi, lõm và điểm uốn.  <math>y'' = -6x + 6</math>, <math>y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1</math>.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y''</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>Đồ thị</td> <td>Lõm</td> <td>Điểm uốn I(1; -2)</td> <td>Lồi</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$y''$	+	0	-	Đồ thị	Lõm	Điểm uốn I(1; -2)	Lồi	0,25						
x	$-\infty$	1	$+\infty$																	
$y''$	+	0	-																	
Đồ thị	Lõm	Điểm uốn I(1; -2)	Lồi																	
	<p>Bảng biến thiên.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(I) -2</p>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	$y'$	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$	
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
$y'$	-	0	+	0	-															
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$															

	<p>Đồ thị.                  Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại các điểm <math>(-1; 0)</math>, <math>(2; 0)</math>. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm <math>(0; -4)</math>.                  Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm uốn <math>I(1; -2)</math>.                  Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn là <math>k = y'(1) = 3</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math>f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4</math> </div>	0,25
I-2	<p>Ta có <math>y' = -3x^2 + 6mx</math>; <math>y' = 0 \Leftrightarrow x = 0</math> v <math>x = 2m</math>.                  Hàm số có cực đại, cực tiểu <math>\Leftrightarrow</math> phương trình <math>y' = 0</math> có hai nghiệm phân biệt <math>\Leftrightarrow m \neq 0</math>.</p>	0,25
	<p>Hai điểm cực trị là <math>A(0; -3m - 1)</math>; <math>B(2m; 4m^3 - 3m - 1)</math>                  Trung điểm I của đoạn thẳng AB là <math>I(m; 2m^3 - 3m - 1)</math>                  Vector <math>\vec{AB} = (2m; 4m^3)</math>; Một vector chỉ phương của đường thẳng d là <math>\vec{u} = (8; -1)</math>.</p>	0,25
	<p>Hai điểm cực đại, cực tiểu A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng d <math>\Leftrightarrow \begin{cases} I \in d \\ AB \perp d \end{cases}</math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} m + 8(2m^3 - 3m - 1) - 74 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2</math></p>	0,25

<p>II-1</p>	<p>Tập xác định <math>D = \mathbb{R}</math>.</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với <math>(\sqrt{3} \sin x + \sin 2x) + [\sqrt{3} \cos x + (1 + \cos 2x)] = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (\sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \cdot \cos x) + (\sqrt{3} \cos x + 2 \cos^2 x) = 0 \Leftrightarrow \sin x(\sqrt{3} + 2 \cos x) + \cos x(\sqrt{3} + 2 \cos x) = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (\sqrt{3} + 2 \cos x)(\sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = -\cos x \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ \tan x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>																								
<p>II-2</p>	<p>Điều kiện: <math>\begin{cases} \frac{x+2}{4-x} \geq 0 \\ x \neq 4 \\ 8+2x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x &lt; 4</math></p> <p>Phương trình đã cho tương đương với <math>x^2 - 2x - m   4 - x   \sqrt{\frac{x+2}{4-x}} + 2\sqrt{8+2x-x^2} - 14 - m = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow -(-x^2 + 2x + 8) - m\sqrt{8+2x-x^2} + 2\sqrt{8+2x-x^2} - 6 - m = 0.</math> (1)</p> <p>Đặt <math>t = \sqrt{8+2x-x^2}</math>; Khi <math>x \in [-2; 4)</math> thì <math>t \in [0; 3]</math>. (2)</p> <p>Phương trình trở thành: <math>-t^2 - mt + 2t - 6 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-t^2 + 2t - 6}{t+1}.</math></p> <p>Xét hàm số <math>f(t) = \frac{-t^2 + 2t - 6}{t+1}; t \in [0; 3]</math>; <math>f'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 8}{(t+1)^2}</math>; <math>f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -4</math> v <math>t = 2</math>.</p> <p>Bảng biến thiên của hàm số <math>f(t)</math> trên đoạn <math>[0; 3]</math>.</p> <table border="1" data-bbox="138 1386 1193 1627"> <tr> <td>t</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-4</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(t)</math></td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td> <td></td> <td colspan="2" style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>-6</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </table> <p>Phương trình đx cho có nghiệm <math>x \in [-2; 4) \Leftrightarrow</math> Phương trình (2) có nghiệm <math>t \in [0; 3]</math></p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Đường thẳng <math>y = m</math> cắt đồ thị hàm số <math>f(t), t \in [0; 3] \Leftrightarrow -6 \leq m \leq -2</math></p>	t	$-\infty$	-4	-1	0	2	3	$+\infty$	$f'(t)$		-	0	+	+	0	-	$f(t)$					-6			<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
t	$-\infty$	-4	-1	0	2	3	$+\infty$																			
$f'(t)$		-	0	+	+	0	-																			
$f(t)$					-6																					
<p>III-1</p>	<p>Đường thẳng <math>\Delta_1</math> có một vectơ chỉ phương <math>\vec{u}_1 = (1; -2; 1)</math>, Điểm <math>M \equiv O(0; 0; 0) \in \Delta_1</math>.</p> <p>Đường thẳng <math>\Delta_2</math> có một vectơ chỉ phương <math>\vec{u}_2 = (1; -1; 3)</math>, điểm <math>N(1; -1; 1) \in \Delta_2</math>.</p> <p>Ta có <math>[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \left( \begin{vmatrix} -2 &amp; 1 \\ -1 &amp; 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 &amp; 1 \\ 3 &amp; 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 &amp; -2 \\ 1 &amp; -1 \end{vmatrix} \right) = (-5; -2; 1)</math>; <math>\vec{ON} = (1; -1; 1)</math>.</p> <p>Ta có <math>[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{ON} = -5 + 2 + 1 = -2 \neq 0</math>. Suy ra hai đường thẳng <math>\Delta_1</math> và <math>\Delta_2</math> chéo nhau.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>																								

III -2

Phương trình đường thẳng  $\Delta_2 : \begin{cases} x + y = 0 \\ 3y + z + 2 = 0 \end{cases}$ .

0,25

	<p>Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng <math>\Delta_2</math> có dạng  <math>\lambda(x + y) + \mu(3y + z + 2) = 0</math> với <math>\lambda^2 + \mu^2 \neq 0 \Leftrightarrow \lambda x + (\lambda + 3\mu)y + \mu z + 2\mu = 0</math>.                      Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là <math>\vec{n} = (\lambda; \lambda + 3\mu; \mu)</math>.</p>	0,25
	<p>Mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng <math>\Delta_1</math> một góc <math>30^\circ</math>. Ta có <math>\sin(\Delta_1, (P)) =  \cos(\vec{u}_1, \vec{n}) </math>  <math>\Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{ 1 \cdot \lambda - 2(\lambda + 3\mu) + 1 \cdot \mu }{\sqrt{6} \cdot \sqrt{\lambda^2 + (\lambda + 3\mu)^2 + \mu^2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda^2 + 3\lambda\mu + 5\mu^2} =  -\lambda - 5\mu </math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow 2\lambda^2 - \lambda\mu - 10\mu^2 = 0 \Leftrightarrow (2\lambda - 5\mu)(\lambda + 2\mu) = 0 \Leftrightarrow 2\lambda = 5\mu</math> v <math>\lambda = -2\mu</math>                      Với <math>2\lambda = 5\mu</math> chọn <math>\lambda = 5, \mu = 2</math> ta có phương trình mặt phẳng (P) là: <math>5x + 11y + 2z + 4 = 0</math>                      Với <math>\lambda = -2\mu</math> chọn <math>\lambda = 2, \mu = -1</math> ta có phương trình mặt phẳng (P) là: <math>2x - y - z - 2 = 0</math>.                      Kết luận: Có hai phương trình mặt phẳng (P) thỏa mãn <math>5x + 11y + 2z + 4 = 0</math>; <math>2x - y - z - 2 = 0</math>.</p>	0,25
IV-1	<p>Đặt <math>\begin{cases} u = \ln(x^2 + 1) \\ dv = \frac{dx}{x^3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 1} \\ v = -\frac{1}{2x^2} \end{cases}</math></p>	0,25
	<p>Do đó <math>I = -\frac{\ln(x^2 + 1)}{2x^2} \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{dx}{x(x^2 + 1)}</math></p>	0,25
	<p><math>= \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 5}{8} + \int_1^2 \left( \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx = \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 5}{8} + \int_1^2 \frac{dx}{x} - \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1}</math></p>	0,25
	<p><math>= \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 5}{8} + \left( \ln x  - \frac{1}{2} \ln x^2 + 1  \right) \Big _1^2 = 2\ln 2 - \frac{5}{8} \ln 5</math></p>	0,25
IV -2	<p>Từ giả thiết ta có <math>xyz \geq x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} \Leftrightarrow (xyz)^3 \geq 27 \cdot xyz \Leftrightarrow xyz \geq 3\sqrt{3}</math>.</p>	0,25
	<p>Áp dụng BĐT Cauchy ta có  <math>x^2 + yz + yz \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2}</math>; <math>y^2 + zx + zx \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2}</math>; <math>z^2 + xy + xy \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^2}</math></p>	0,25
	<p>Từ đó ta có <math>P \leq \frac{1}{3\sqrt[3]{(xyz)^2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(xyz)^2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(xyz)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(xyz)^2}} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{(3\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{3}</math></p>	0,25
	<p>Từ đó ta có <math>\text{Max } P = \frac{1}{3}</math> đạt được khi <math>\begin{cases} x = y = z \\ x + y + z = xyz \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \sqrt{3}</math>.</p>	0,25
Va-1	<p>Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình: <math>\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 7y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}</math>. Hay A(2;1)</p>	0,25
	<p>Phương trình đường phân giác góc A là <math>\frac{x + y - 3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{x - 7y + 5}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y - 5 = 0 &amp; d_1 \\ 3x - y - 5 = 0 &amp; d_2 \end{cases}</math></p>	
	<p>Do tam giác ABC cân tại A nên đường phân giác trong kẻ từ A cũng là đường cao.                      * Nếu <math>d_1</math> là đường cao của tam giác ABC kẻ từ A thì phương trình cạnh BC là <math>3x - y + 7 = 0</math>                      * Nếu <math>d_2</math> là đường cao của tam giác ABC kẻ từ A thì phương trình cạnh BC là <math>x + 3y - 31 = 0</math></p>	0,25



TH1: Phương trình cạnh BC:  $3x - y + 7 = 0$

Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$  . Hay B(-1; 4)

Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 7y + 5 = 0 \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases}$  . Hay C(- $\frac{11}{5}$ ;  $\frac{2}{5}$ )

Diện tích tam giác ABC là :  $S = \frac{1}{2}d(C, AB).AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{5\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{2} = \frac{36}{5}$  (đvdt)

0,25

	<p>TH2: Phương trình cạnh BC: <math>x + 3y - 31 = 0</math></p> <p>Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình <math>\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 14 \end{cases}</math> . Hay B(-11; 14)</p> <p>Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình <math>\begin{cases} x - 7y + 5 = 0 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{101}{5} \\ y = \frac{18}{5} \end{cases}</math> . Hay C(<math>\frac{101}{5}</math>; <math>\frac{18}{5}</math>)</p> <p>Diện tích tam giác ABC là : <math>S = \frac{1}{2}d(C, AB).AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{104}{5\sqrt{2}} \cdot 13\sqrt{2} = \frac{676}{5}</math> (đvdt)</p>	0,25
Va-2	<p>Giải phương trình <math>A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 4n + 6</math> ; Điều kiện: <math>n \geq 2</math> ; <math>n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p>Phương trình tương đương với <math>n(n-1) - \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = 4n + 6 \Leftrightarrow n(n-1) - \frac{n(n+1)}{2} = 4n + 6</math></p> <p><math>\Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow n = -1</math> (Loại) v <math>n = 12</math>.</p>	0,25
	<p>Với <math>n = 12</math> ta có nhị thức Niuton: <math>\left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}</math>.</p> <p>Số hạng thứ <math>k + 1</math> trong khai triển là : <math>T_{k+1} = C_{12}^k (2x)^{12-k} \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k</math> ; <math>k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 12</math></p> <p>Hay <math>T_{k+1} = C_{12}^k (2x)^{12-k} \cdot x^{-\frac{k}{2}} = C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot x^{\frac{24-3k}{2}}</math> .</p>	0,25
	<p>Số hạng này không chứa x khi <math>\begin{cases} k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 12 \\ 24 - 3k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = 8</math>.</p>	0,25
	<p>Vậy số hạng thứ 9 không chứa x là <math>T_9 = C_{12}^8 2^4 = 7920</math></p>	0,25

Vb

I/Tâm, bán kính hình cầu

Phương trình hình cầu S(ABCD):

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

$$\Leftrightarrow 2ax + 2by + 2cz - d = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\left. \begin{aligned} A(-1, 1, -3) \in (S) &\Leftrightarrow -4a + 2b - 6c - d = 14 \quad (1) \\ B(2, 1, -1) \in (S) &\Leftrightarrow 4a + 2b - 2c - d = 6 \quad (2) \\ C(2, -1, -1) \in (S) &\Leftrightarrow 4a - 2b - 2c - d = 6 \quad (3) \\ D(0, 3, 1) \in (S) &\Leftrightarrow 6b + 2c - d = 10 \quad (4) \end{aligned} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2) - (1): 8a + 0b + 4c = -8 \\ (3) - (2): 0a - 4b + 0c = 0 \\ (3) - (4): 4a - 8b - 4c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

Thay vào (4)  $\Rightarrow d = -10$

Vậy tâm  $I(-1, 0, 0)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{11}$

+ Khoảng cách từ  $I$  đến  $AB$

Ta có  $IA = IB \Rightarrow \Delta IAB$  cân

Tại  $I \Rightarrow \begin{cases} \Delta IMA \text{ vuông } I \\ \text{với } M: \text{trung điểm } AB \end{cases}$

$$AB: M \begin{cases} x = \frac{1}{2}(-2 + 2) = 0 \\ y = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1 \\ z = \frac{1}{2}(-3 - 1) = -2 \end{cases}$$

Trung điểm

• Vì  $IM \perp AB$  nên suy ra

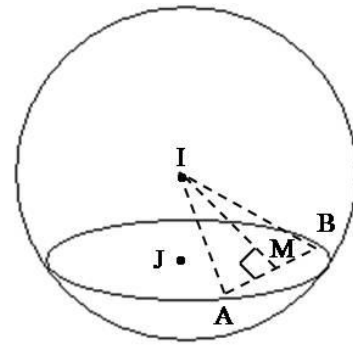
• Khoảng cách  $(I, AB) = IM$

$$\overrightarrow{IM} = (1, 1, 2 -) \Rightarrow IM = \sqrt{1 + 1 + 4}$$

Khoảng cách  $(I, AB) = \sqrt{6}$

2/

Giải: 
$$\begin{cases} 2z^2 - 2\sqrt{2}\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)z + 1 = 0 & (1) \\ \alpha \text{ là tham số } \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$



$$(1) \Leftrightarrow 2z^2 - 2(\sin \alpha + \cos \alpha)z + 1$$

$$\begin{aligned} \Delta' &= (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 = 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha - 2 \\ &= -1(1 - 2\sin \alpha \cos \alpha) = -(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{|\Delta'|} = |\sin \alpha - \cos \alpha|$$

Vì  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin \alpha < \cos \alpha$

$$\Rightarrow \sqrt{|\Delta'|} = \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow z_{1,2} = \frac{b' \pm i\sqrt{|\Delta'|}}{a}$$

• Vậy : (1)

$$z_{1,2} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha \pm i(\cos \alpha - \sin \alpha)}{2}$$

