

10 Đề thi tuyển sinh lớp 10 môn Toán hay kèm đáp án

Đề 1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP.HCM

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2013 – 2014

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 2x - 1 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

d) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = -x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{3}{\sqrt{x-3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{x+9} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 9$$

$$B = 21 \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} \right)^2 - 6 \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} \right)^2 - 15\sqrt{15}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$ (*) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2}$

b) Định m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC không có góc tù ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O; R). (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh rằng $\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$. Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $FI \cdot FM = FD \cdot FE$.

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

d) Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ hay } x = \frac{5+1}{2} = 3$$

b)

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2} \text{ hay } x = 1 + \sqrt{2}$$

c) Đặt $u = x^2 \geq 0$ pt thành :

$$u^2 + 3u - 4 = 0 \Leftrightarrow u = 1 \text{ hay } u = -4 \text{ (loại) (do } a + b + c = 0)$$

$$\text{Do đó pt } \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

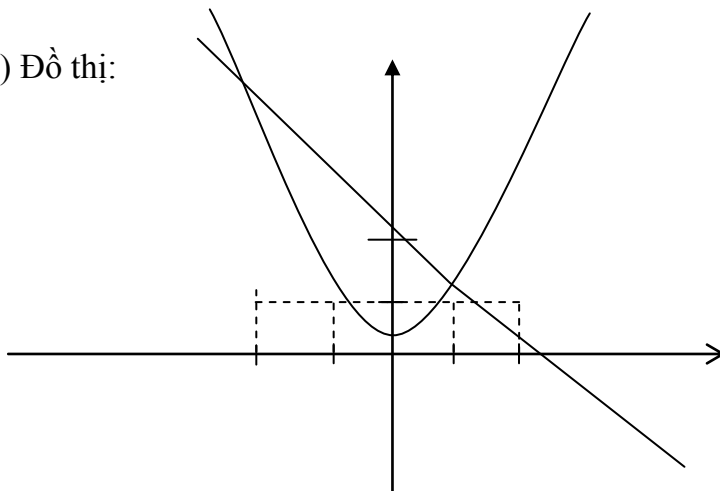
$$\text{Cách khác pt } \Leftrightarrow (x^2 - 1).(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ x + 2y = -1 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ 5x = 5 & (3) \text{ ((2) + 2(1))} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1;1)$, $(\pm 2;4)$

(D) đi qua $(1;1)$, $(-2;4)$, $(0;2)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -2 \text{ (a+b+c=0)}$$

$$y(1) = 1, y(-2) = 4$$

Vậy toạ độ giao điểm của (P) và (D) là $(-2;4)$, $(1;1)$

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau

Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ ta có :

$$A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{x + 9}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$B = \frac{21}{2} (\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 - 3(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{21}{2} (\sqrt{3} + 1 + \sqrt{5} - 1)^2 - 3(\sqrt{3} - 1 + \sqrt{5} + 1)^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{15}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - 15\sqrt{15} = 60$$

Câu 4:

a/ Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 4 + m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

$$b/ \Delta' = 16 - 8m^2 - 8 = 8(1 - m^2).$$

Khi $m = \pm 1$ thì ta có $\Delta' = 0$ tức là : $x_1 = x_2$ khi đó $x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$ thỏa

Điều kiện cần để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt là:

$|m| < 1$ hay $-1 < m < 1$. Khi $|m| < 1$ hay $-1 < m < 1$ ta có

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3 \Leftrightarrow (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2) \text{ (Do } x_1 \text{ khác } x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \right] = (x_1 + x_2)^2 - x_1 \cdot x_2$$

$$\Leftrightarrow S(S^2 - 2P) = S^2 - P$$

$$\Leftrightarrow 1(1^2 - 2P) = 1^2 - P \text{ (Vì } S = 1)$$

$$\Leftrightarrow P = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m = \pm 1$

Cách khác

Khi $\Delta \geq 0$ ta có

$$x_1 + x_2 = 1 \text{ và } x_1 x_2 = \frac{m^2 + 1}{8}$$

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3 \Leftrightarrow x_1^3(x_1 - 1) - x_2^3(x_2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = 0 \text{ (thế } x_1 - 1 = -x_2 \text{ và } x_2 - 1 = -x_1)$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1^2 - x_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0 \text{ (vì } x_1 x_2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_2 \text{ (vì } x_1 + x_2 = 1 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 5

a) Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{MBC}$ do cùng chắn cung \widehat{BC}

Và $\widehat{BAC} = \widehat{MIC}$ do $AB \parallel MI$

Vậy $\widehat{BAC} = \widehat{MIC}$, nên bốn điểm I, C, M, B cùng nằm trên đường tròn đường kính OM

(vì 2 điểm B, C cùng nhìn OM dưới 1 góc vuông)

b) Do 2 tam giác đồng dạng FBD và FEC nên $FB \cdot FC = FE \cdot FD$.

Và 2 tam giác đồng dạng FBM và FIC

nên $FB \cdot FC = FI \cdot FM$. So sánh ta có $FI \cdot FM = FD \cdot FE$

c) Ta có góc $\widehat{PTQ} = 90^\circ$ do $POIQ$ là đường kính.

Và 2 tam giác đồng dạng FIQ và FTM có 2 góc đối đỉnh F bằng nhau và $\frac{FI}{FQ} = \frac{FT}{FM}$

(vì $FI \cdot FM = FD \cdot FE = FT \cdot FQ$)

Nên $\widehat{FIQ} = \widehat{FTM}$ mà $\widehat{FIQ} = \widehat{OIM} = 90^\circ$ (I nhìn OM dưới góc 90°)

Nên P, T, M thẳng hàng vì $\widehat{PTM} = 180^\circ$.

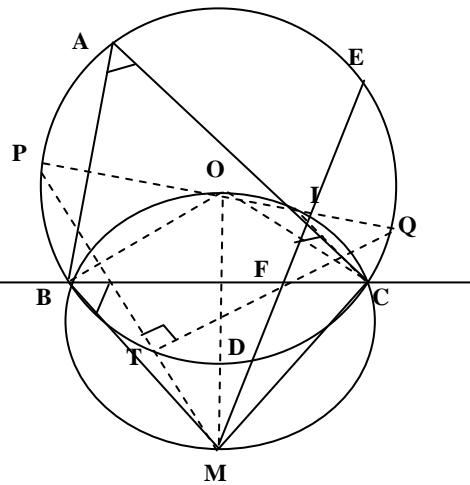
d) Ta có BC không đổi. Vậy diện tích S_{IBC} lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến BC lớn nhất. Vậy I trùng với O là yêu cầu của bài toán vì I nằm trên cung \widehat{BC} của đường tròn đường kính OM . Khi I trùng O thì $\triangle ABC$ vuông tại B . Vậy diện tích tam giác ICB lớn nhất khi và chỉ khi AC là đường kính của đường tròn $(O; R)$.

Cách khác:

O' là trung điểm của OM . BC cắt OO' , $O'T$ lần lượt tại L, T .

Vẽ IH vuông góc BC tại H .

$$IH \leq IT = O'I - O'T \leq O'O - O'L = OL$$



Đề 2

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2013- 2014**

Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi 19 tháng 6 năm 2013

Đề thi gồm : 01 trang

Câu I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $(2x + 1)^2 + (x - 3)^2 = 10$

2) Xác định các hệ số m và n biết hệ phương trình $\begin{cases} 3x - my = 5 \\ mx + 2ny = 9 \end{cases}$ có nghiệm (1; -2)

Câu II (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$

2) Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thợ thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

Câu III (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm $x_1; x_2$ với mọi m.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$$

Câu IV (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường tròn (O; R) thay đổi đi qua B và C sao cho O không thuộc BC. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC, E là giao điểm của MN và BC, H là giao điểm của đường thẳng OI và đường thẳng MN.

1) Chứng minh bốn điểm M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $OI.OH = R^2$.

3) Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC có chu vi bằng 2. Ký hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a}{b+c-a} + \frac{4b}{c+a-b} + \frac{9c}{a+b-c}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh : Số báo danh

Chữ ký của giám thị 1 Chữ ký của giám thị 2

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } S &= \frac{y+z}{2x} + \frac{4(x+z)}{2y} + \frac{9(x+y)}{2z} = \frac{1}{2} \left[\frac{y+z}{x} + \frac{4(x+z)}{y} + \frac{9(x+y)}{z} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{4x}{y} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{9x}{z} \right) + \left(\frac{4z}{y} + \frac{9y}{z} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \frac{y}{x} + \frac{4x}{y} = \left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} \right)^2 + 2 \geq 2$$

$$\frac{z}{x} + \frac{9x}{z} = \left(\sqrt{\frac{z}{x}} - 3\sqrt{\frac{x}{z}} \right)^2 + 6 \geq 6$$

$$\frac{4z}{y} + \frac{9y}{z} = \left(2\sqrt{\frac{z}{y}} - 3\sqrt{\frac{y}{z}} \right)^2 + 12 \geq 12$$

$$\Rightarrow S \geq \frac{1}{2}(4+6+12) = 11 \text{ Dấu "}" xảy ra khi}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ z = 3x \\ 2z = 3y \\ x + y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{5}{6}; b = \frac{2}{3}; c = \frac{1}{2}$$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông

Vậy $S_{\min} = 11 \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông $a = \frac{5}{6}; b = \frac{2}{3}; c = \frac{1}{2}$.

Đề 3

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013-2014**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN

(Dùng cho mọi thí sinh)

Ngày thi : **14/6/2013**

Thời gian làm bài : **120 phút**

(Không kể thời gian giao bài)

(Đề thi này có 1 trang)

Câu I(2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm x để P đạt giá trị nguyên.

Câu II(2,5 điểm)

1. Cho phương trình ẩn x : $x^2 + (2m-5)x - n = 0$

- Tìm m và n biết phương trình có hai nghiệm là -2 và 3.
- Cho $m = 5$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để phương trình có nghiệm dương

2. Cho phương trình : $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + 2mx_2 = 9$

Câu III (1,0 điểm) : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 50km. Một ca nô đi từ bến A đến bến B, nghỉ 20 phút ở bến B rồi quay lại bến A. Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến A hết tất cả là 7 giờ. Hãy tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước là 4km/h

Câu IV (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB, M là điểm chính giữa của cung AB, K là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ BM. Gọi H là chân đường vuông góc của M xuống AK

- Chứng minh rằng AOHM là tứ giác nội tiếp
- Tam giác MHK là tam giác gì? Vì sao?
- Chứng minh OH là tia phân giác của góc MOK
- Gọi P là hình chiếu vuông góc của K lên AB. Xác định vị trí của K để chu vi tam giác OPK lớn nhất

Câu V (1,5 điểm): 1. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn: $abc = 1$

Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1}{a+ab+1} + \frac{1}{b+bc+1} + \frac{1}{c+ca+1}$

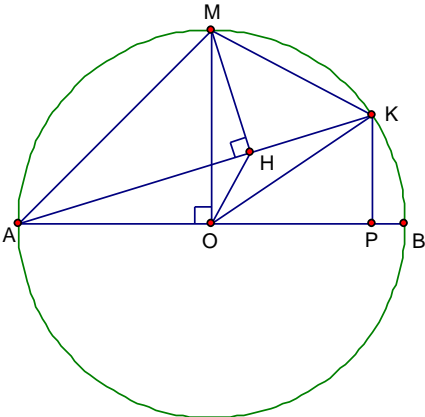
2. giải phương trình: $x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = 4x^2 + 3x$

.....Hết

ĐÁP ÁN

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I	1 điểm	a.	0, 25
		a)	0, 25
Câu I	2.0 điểm	$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ $= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ $= \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x+2+x-1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$ <p>Vậy với $x \geq 0$ và $x \neq 1$, thì $P = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$</p>	0, 25
		2)	<p>b.Đặt $t = \sqrt{x}$, đk $t \geq 0$</p> <p>Ta có $P = \frac{t}{t^2+t+1} \Rightarrow Pt^2 + (P-1)t + P = 0$</p> <p>Đk có nghiệm $\Delta = (P-1)^2 - 4P^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq P \leq \frac{1}{3}$</p> <p>Do $x \geq 0: x \neq 1$ nên $0 \leq P \leq \frac{1}{3} \Rightarrow P$ nguyên $\Leftrightarrow P = 0$ tại $x=0$</p>

<p>Câu II 2,5 điểm</p>	<p>a) Do -2 là nghiệm của phương trình $x^2 + (2m-5)x - n = 0$ nên ta có:</p> $4m+n=14 \quad (1)$ <p>Do 3 là nghiệm của phương trình $x^2 + (2m-5)x - n = 0$ nên ta có:</p> $6m-n=6 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4m+n=14 \\ 6m-n=6 \end{cases}$</p> <p>Giải hệ trên ta được $\begin{cases} m=2 \\ n=6 \end{cases}$</p> <p>Vậy với $\begin{cases} m=2 \\ n=6 \end{cases}$ thì phương trình đã cho có nghiệm là -2 và 3</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Với $m=5$, phương trình đã cho trở thành: $x^2 + 5x - n = 0$</p> <p>Để phương trình trên có nghiệm thì $\Delta = 25 + 4n \geq 0 \Leftrightarrow n \geq \frac{-25}{4}$ (*)</p> <p>Khi đó theo định lý Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -n \end{cases}$, nên để phương trình có nghiệm dương thì $x_1 \cdot x_2 = -n < 0$ suy ra $n > 0$. Kết hợp với điều kiện (*) suy ra $n > 0$. Từ đó ta tìm được $n=1$ là giá trị phải tìm.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>2. Phương trình có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m-1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$</p> <p>theo hệ thức Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - m + 1 & (2) \end{cases}$</p> <p>Mà theo bài cho, thì $x_1^2 + 2mx_2 = 9$ (3)</p> <p>Thay (1) vào (3) ta được:</p> $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 9$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 9$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 9 \quad (4)$ <p>Thay (1), (2) vào (4) ta được: $4m^2 - m^2 + m - 1 = 9 \Leftrightarrow 3m^2 + m - 10 = 0$</p> <p>Giải phương trình ta được: $m_1 = -2$ (loại); $m_2 = \frac{5}{3}$ (TMĐK)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

		Vậy $m = \frac{5}{3}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 : $x_1^2 + 2mx_2 = 9$	0,25
<p>Câu III</p> <p>1,0 điểm</p>		<p>Đổi 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ</p> <p>Gọi vận tốc canô trong nước yên lặng là x (km/h, $x > 4$)</p> <p>Vận tốc canô khi nước xuôi dòng là $x + 4$ và thời gian canô chạy khi nước xuôi dòng là $\frac{50}{x + 4}$.</p> <p>Vận tốc canô khi nước ngược dòng là $x - 4$ và thời gian canô chạy khi nước ngược dòng là $\frac{50}{x - 4}$.</p> <p>Theo giả thiết ta có phương trình $\frac{50}{x + 4} + \frac{1}{3} + \frac{50}{x - 4} = 7$</p> $\Leftrightarrow \frac{50}{x + 4} + \frac{50}{x - 4} = \frac{20}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{x + 4} + \frac{5}{x - 4} = \frac{2}{3}$ <p>pt $\Leftrightarrow 15(x - 4 + x + 4) = 2(x^2 - 16) \Leftrightarrow 2x^2 - 30x - 32 = 0$</p> $\Leftrightarrow x^2 - 15x - 16 = 0$ <p>Giải phương trình ta được $x = -1$ (loại), $x = 16$ (thỏa mãn)</p> <p>Vậy vận tốc canô trong nước yên lặng là 16 km/h</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
		<p>Hình vẽ: 0,25</p> 	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu IV</p> <p>3 điểm</p>	a)	<p>Vì M là điểm chính giữa của cung AB, nên số đo $\widehat{AM} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AOM} = 90^\circ$ (đ/l góc ở tâm), mà $MH \perp AK$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHM} = 90^\circ$</p> <p>Trong tứ giác AOHM, ta có: $\widehat{AOM} = \widehat{AHM} = 90^\circ$</p> <p>Do đó đỉnh O và H luôn nhìn đoạn Am dưới một góc 90°, nên AOHM là tứ giác nội tiếp</p>	<p>0,75 điểm</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	b)	<p>Xét tam giác vuông MHK có $\widehat{MKH} = 45^\circ$</p> <p>Nên tam giác MHK là tam giác vuông cân tại H</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	điểm		
	c) 0,75 điểm m	Vì tam giác MHK cân tại H nên : $HM = HK$ Xét ΔMHO và ΔKHO có $HM = HK$ (c/m trên) HO cạnh chung $OM = OK = R$ Suy ra $\Delta MHO = \Delta KHO$ (c-c-c) Nên $\widehat{MOH} = \widehat{KOH}$, Do vậy OH là phân giác của góc MOK	0,25 0,25 0,25
	d) 0,75 điểm m	Ta có chu vi của tam giác OPK là: $C = OP + PK + OK$. Mà OK không đổi, nên chu vi tam giác OPK lớn nhất $\Leftrightarrow OP + PK$ lớn nhất Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cop-ski ta có $(OP + PK)^2 \leq (1^2 + 1^2)(OP^2 + PK^2) = 2R^2$. Vậy $(OP + PK)^2$ lớn nhất bằng $2R^2$, nên $OP + PK$ lớn nhất bằng $\sqrt{2}R$. Do đó chu vi của tam giác OPK lớn nhất bằng: $\sqrt{2}R + R = (\sqrt{2} + 1)R$, khi $OP = PK$ hay K là điểm chính giữa của cung MB	0,25 0,25 0,25
Câu VI 1,5 điểm	1)	$P = \frac{1}{a+ab+1} + \frac{1}{b+bc+1} + \frac{1}{c+ca+1}$ $= \frac{1}{a+ab+1} + \frac{a}{ab+abc+a} + \frac{ab}{abc+a^2bc+ab}$ $= \frac{1}{a+ab+1} + \frac{a}{ab+1+a} + \frac{ab}{1+a+ab}$ $= \frac{1+a+ab}{a+ab+1} = 1$ <p>Vậy a, b, c là các số thực thỏa mãn: $abc = 1$ thì $P = 1$</p>	0,25 0,25 0,25
	2)	Chuyển về và phương trình trở thành hằng đẳng thức và suy ra nghiệm của phương trình là $x=-1$	0,25 0,25 0,25

Đề 4

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2012 – 2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN (không chuyên)

Ngày thi 18 tháng 06 năm 2012

Thời gian làm bài thi: 120 phút, (không kể thời gian giao đề)

Bài I: (3 điểm)

1\ Rút gọn biểu thức $B = \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - \frac{7}{\sqrt{7}}$

2\ Giải phương trình : $5x^2 - 3x - 14 = 0$

3\ Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 7x + y = 33 \\ 2x - 3y = 16 \end{cases}$

Bài II: (1,5 điểm)

Cho Parabol (P): $y = \frac{-x^2}{4}$ và đường thẳng (d): $y = x + 3$

1\ Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

2\ Viết phương trình đường thẳng (d'), biết (d') song song với (d) và (d') có một điểm chung với (P)

Bài III: (1,5 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - (3m - 1)x + 2m^2 - m = 0$ (1)

1\ Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình (1) luôn có nghiệm.

2\ Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 10$

Bài IV: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn AO, C khác A và O. Đường thẳng đi qua C vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại D. M là điểm bất kì trên cung

\widehat{BD}

(M khác B và D). Tiếp tuyến tại M của (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của AM và CD

1\ Chứng minh bốn điểm B, C, F, M cùng nằm trên một đường tròn.

2\ Chứng minh $EM = EF$

3\ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DMF. Chứng minh góc ABI có số đo không đổi khi M di động trên cung \widehat{BD} .

Bài V: (0,5 điểm)

Giải phương trình : $x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = 15$

-----Hết-----

Đề 5

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN

NĂM HỌC 2013 – 2014

MÔN THI: TOÁN (không chuyên)

Ngày thi 14 tháng 06 năm 2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài thi: 120 phút, (không kể thời gian giao đề)

Bài I: (3 điểm)

1\ Rút gọn biểu thức $B = \frac{3}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2} - \frac{5\sqrt{6}}{2}$

2\ Giải phương trình : $2x^2 + x - 15 = 0$

3\ Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 5x + y = -12 \end{cases}$

Bài II: (1,5 điểm)

Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m$

1\ Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = -1$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

2\ Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là

$x_1; x_2$

thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5m$

Bài III : (1 điểm)

Quãng đường AB dài 120 km. Một ô tô khởi hành từ A đi đến B và một mô tô khởi hành đi từ B đến A cùng lúc. Sau khi gặp nhau tại địa điểm C, ô tô chạy thêm 20 phút nữa thì đến B, còn mô tô chạy thêm 3 giờ nữa thì đến A. Tìm vận tốc của ô tô và vận tốc của mô tô.

Bài IV: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có bán kính R và điểm C nằm ngoài đường tròn. Đường thẳng CO cắt đường tròn tại hai điểm A và B (A nằm giữa C và O). Kẻ tiếp tuyến CM đến đường tròn (M là tiếp điểm). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt CM tại E và tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B cắt CM tại F.

1\ Chứng minh tứ giác AOME nội tiếp đường tròn.

2\ Chứng minh $\widehat{AOE} = \widehat{OMB}$ và $CE.MF = CF.ME$

3\ Tìm điểm N trên đường tròn (O) (N khác M) sao cho tam giác NEF có diện tích lớn nhất.

Tính diện tích lớn nhất đó theo R, biết góc $\angle AOE = 30^\circ$.

Bài V: (0,5 điểm)

Cho 2 số thực a và b thỏa mãn $a > b$ và $ab = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 + b^2 + 1}{a - b}$

-----Hết-----

Đề 6

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học 2013 – 2014

Môn thi: Toán

Ngày thi: 18 tháng 6 năm 2013

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 64$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tính x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$
- 2) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$
 - a) Với $m = 1$, xác định tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P)
 - b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $|x_1 - x_2| = 2$

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O).

- 1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.
- 2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4$ cm, $AN = 6$ cm.
- 3) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh: $MT \parallel AC$.
- 4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Bài V (0,5 điểm)

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

.....Hết.....

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....
 Chữ kí của giám thị 1:.....Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM (DỰ KIẾN)

Nội dung	Điểm
<p style="text-align: center;"><u>LỜI GIẢI BÀI THI MÔN TOÁN VÀO 10 – HÀ NỘI - NĂM 2013</u> <i>Lời giải của Thầy giáo Nguyễn Cao Cường</i> <u>Giáo viên Toán – Trường THCS Thái Thịnh – Quận Đống Đa – Hà Nội</u></p> <p><u>Bài I (2điểm)</u></p> <p>Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$</p> <p>1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$. 2) Rút gọn biểu thức B. 3) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$</p> <p><u>Giải:</u></p> <p>1) Điều kiện xác định $x > 0$</p> <p>Với $x = 64$ (tmđk), thay vào A ta có: $A = \frac{2 + \sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{2 + 8}{8} = \frac{5}{4}$</p> <p>2) Rút gọn biểu thức B.</p> $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$ $B = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 1) + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$	<p style="text-align: center;">0,75</p> <p style="text-align: center;">0,25</p> <p style="text-align: center;">0,25</p>

$$B = \frac{x-1+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

3) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

Đkxd: $x > 0$

$$\frac{A}{B} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3}{2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1) - 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}} > 0$$

Ta có $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0$. Để $\frac{-\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}} > 0$ thì $-\sqrt{x}+2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$

Kết hợp điều kiện đề bài Ta có $0 < x < 4 \Rightarrow$ Kết luận

0,25

0,25

0,25

0,25

Kết hợp đkxd: $0 < x < 4$

Bài II (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Quãng đường từ A đến B dài 90km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc của xe máy lúc đi từ A đến B.

Giải.

Gọi vận tốc của xe máy đi từ A đến B là x ($x > 0$; km/h).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{90}{x}$ (h)

Thời gian xe máy nghỉ tại B là $30' = \frac{1}{2}$ (h)

Vận tốc của xe máy đi từ B về A là $x + 9$ (km/h)

Thời gian xe máy đi từ B về A là $\frac{90}{x+9}$ (h)

Vì tổng thời gian xe máy từ lúc đi từ A đến lúc về A là 5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} + \frac{1}{2} + \frac{90}{x+9} = 5$$

Giải phương trình ta có $x=36$ (tmđk); $x = -5$ (loại)

Vậy vận tốc của xe máy đi từ A đến B là 36 km/h.

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

Giải:

$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 11 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(1; -1)$

2) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và d: $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$

a) Với $m = 1$ xác định tọa độ giao điểm A, B của d và (P)

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $|x_1 - x_2| = 2$

Giải

a) Với $m = 1$ ta có d: $y = x + \frac{3}{2}$.

Tìm được $x = -1$ và $x = 3$

Xác định được tọa độ giao điểm là $(-1; \frac{1}{2})$ và $(3; \frac{9}{2})$

b) - Xác định được phương trình hoành độ, rồi chỉ ra với $m > -1$ thì (d) cắt (P) tại hai

0,25

0,25

0,25

0,5

0,5

0,25

0,5

0,25

0,25

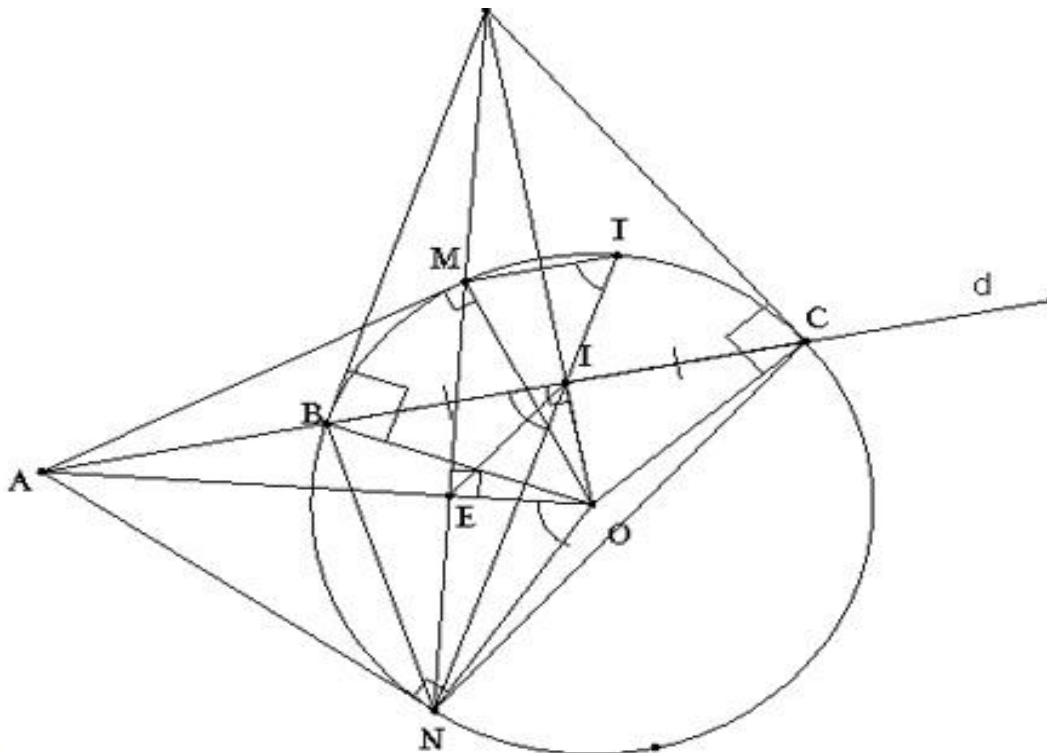
0,25

0,25

điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

- Chỉ ra được : $m = -\frac{1}{2}$ (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho:
 $|x_1 - x_2| = 2$

0,25



0,25

Giải

1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

Ta có $AM \perp OM$ (AM là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \angle OMA = 90^\circ$

$AN \perp ON$ (AN là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \angle ONA = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle OMA + \angle ONA = 180^\circ$

0,25

Xét tứ giác AMON:

$\angle OMA + \angle ONA = 180^\circ$ (cmt)

Mà hai góc này là hai góc đối nhau

\Rightarrow Tứ giác AMON là tứ giác nội tiếp (dnhb tgnt)

0,25

0,25

2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4\text{cm}$; $AN = 6\text{cm}$.

Xét (O):

$\angle ANB = \angle BCN$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng chắn cung BN)

Xét $\triangle ANB$ và $\triangle ACN$:

$\angle CAN$ chung

$\angle ANB = \angle BCN$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle ANB$ đồng dạng với $\triangle ACN$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AB}{AN}$ (đn hai tam giác đồng dạng)

$\Rightarrow AN^2 = AB.AC$ (đpcm)

*) Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4\text{cm}$; $AN = 6\text{cm}$.

Ta có $AN^2 = AB.AC$ (cmt) Mà $AB = 4\text{cm}$; $AN = 6\text{cm}$ nên:

$4.AC = 6^2 \Leftrightarrow AC = 9$ (cm)

Mà $AB + BC = AC$ nên $BC = 5\text{cm}$.

3) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh $MT \parallel AC$.

Xét (O): I là trung điểm của dây BC

$\Rightarrow OI \perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

Ta chứng minh được tứ giác OIAN nội tiếp

$\Rightarrow \angle AIN = \angle AON$ (1)

AM, AN là hai tiếp tuyến (O) cắt nhau tại A

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

\Rightarrow OA là phân giác \angle MON (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \angle$ AON = $1/2 \angle$ MON

Mà \angle MTN = $1/2 \angle$ MON (gnt và góc ở tâm cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \angle$ MTN = \angle AON (2)

Từ (1) và (2) ta có: \angle MTN = \angle AIN

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị

\Rightarrow MT // AC (dnhb hai đt song song)

4) Hai tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

*) MN cắt OA tại E.

Ta chứng minh được $MN \perp OA \Rightarrow EM \perp OA$

*) Ta chứng minh được: $OI \cdot OK = OE \cdot OA (=OB^2 = OM^2 = R^2)$

Từ đó chứng minh được $\Rightarrow \Delta$ OEK đồng dạng với Δ OIA (c.g.c)

$\Rightarrow \angle$ OEK = \angle OIA = 90°

$\Rightarrow EK \perp OA$

Mà $EM \perp OA \Rightarrow$ EM trùng EK

\Rightarrow K thuộc MN cố định (đpcm)

Bài V (0.5 điểm)

Với a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c + ab + ac + ca = 6abc$. Chứng minh:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$$

Giải:

Ta có $a + b + c + ab + ac + ca = 6abc \Leftrightarrow \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$

Ta có

$$\left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} - \frac{2}{a} + 1 \geq 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{b} - 1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1 \geq 0 \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{c} - 1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c^2} - \frac{2}{c} + 1 \geq 0 \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} - \frac{2}{ab} + \frac{1}{b^2} \geq 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} - \frac{2}{bc} + \frac{1}{c^2} \geq 0 \quad (5)$$

$$\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c^2} - \frac{2}{ac} + \frac{1}{a^2} \geq 0 \quad (6)$$

Từ (1);(2);(3);(4);(5);(6) ta có:

Từ (1);(2);(3);(4);(5);(6) ta có:

$$3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) - 2\left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) - 2.6 + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$

0,25

Các cách khác giải bài 5

Cách 1: $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 6$$

$$DCM: \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \sqrt{3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)} \quad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow 6 \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \sqrt{3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}$$

$$Đ \quad \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1 \Rightarrow 6 \leq t + \sqrt{3t} \Leftrightarrow \sqrt{t} \geq \sqrt{3} \Rightarrow t \geq 3 \Rightarrow DPCM$$

Cách 2: Đáp án câu V để thi vào 10

$$Từ: a + b + c + ab + bc + ca = 6abc \Leftrightarrow \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ba} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 6$$

$$Ta \text{ lại có } 2 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 2 \cdot \left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ba}\right) \quad (*)$$

$$Ta \text{ có } \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} - 2 \cdot \frac{1}{a} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} \geq 2 \cdot \frac{1}{a} - 1 \text{ tương tự } \frac{1}{b^2} \geq 2 \cdot \frac{1}{b} - 1; \frac{1}{c^2} \geq 2 \cdot \frac{1}{c} - 1$$

$$\text{nên } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 3 \quad (**)$$

$$\text{từ } (*) \text{ và } (**) \text{ ta có } 3 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 2 \cdot \left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ba} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 3$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 2 \cdot 6 - 3 = 9 \text{ hay } \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 3$$

Cách 3:

ĐÁP ÁN CÂU CUỐI - bài 5- hà nội

$$\text{Áp dụng BĐT Cô si ta có } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{ab}$$

$$\text{Tương tự cuối cùng ta được } \frac{2}{a^2} + \frac{2}{b^2} + \frac{2}{c^2} \geq \frac{2}{ab} + \frac{2}{bc} + \frac{2}{ac} \quad (1)$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô si ta có } \frac{1}{a^2} + 1 \geq \frac{2}{a}$$

$$\text{Tương tự cuối cùng ta được } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 3 \geq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Lấy (1) + (2)} \quad \frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2} + \frac{3}{c^2} + 3 &\geq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} + \frac{2}{ab} + \frac{2}{bc} + \frac{2}{ca} \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2} + \frac{3}{c^2} + 3 \geq \frac{2 \cdot 6abc}{abc} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3 \end{aligned}$$

(ĐPCM)

Đề 7

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG**

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2013 - 2014**

Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi gồm : 01 trang

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $(2x+1)^2 + (x-3)^2 = 10$.

2) Xác định các hệ số m và n biết hệ phương trình $\begin{cases} 3x - my = 5 \\ mx + 2ny = 9 \end{cases}$ có nghiệm là $(1; -2)$

Câu II (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.

2) Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thợ thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

Câu III (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$$

Câu IV (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường tròn (O; R) thay đổi đi qua B và C sao cho O không thuộc BC. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC, E là giao điểm của MN và BC, H là giao điểm của đường thẳng OI và đường thẳng MN.

1) Chứng minh bốn điểm M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $OI.OH = R^2$.

3) Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC có chu vi bằng 2. Ký hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a}{b+c-a} + \frac{4b}{c+a-b} + \frac{9c}{a+b-c}$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....
 Chữ kí của giám thị 1:Chữ kí của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
 HẢI DƯƠNG**

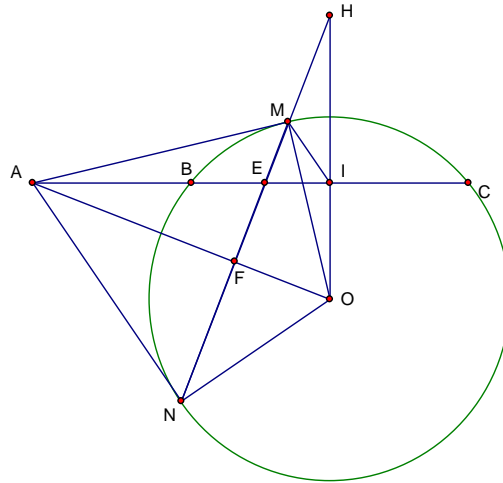
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
 NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2013 - 2014
 Môn thi: TOÁN (không chuyên)**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	Giải phương trình $(2x+1)^2 + (x-3)^2 = 10$	1,00
		Pt $\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 + x^2 - 6x + 9 = 10$	0,25
		$\Leftrightarrow 5x^2 - 2x = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x(5x - 2) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x = 0, x = \frac{2}{5}$	0,25
I	2	Hệ phương trình $\begin{cases} 3x - my = 5 \\ mx + 2ny = 9 \end{cases}$ có nghiệm là $(1; -2)$	1,00
		Thay $x = 1, y = -2$ vào hệ ta được $\begin{cases} 3 - m(-2) = 5 \\ m + 2n(-2) = 9 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2m = 5 \\ m - 4n = 9 \end{cases}$	0,25
		Tìm được $m = 1$	0,25
		Tìm được $n = -2$.	0,25
II	1	Rút gọn biểu thức $A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.	1,00
		$A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25

		$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 3 + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) - (x - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 3 + x - 1 - x + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{x - \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
II	2	Nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm bao nhiêu ngày để xong việc	1,00
		Gọi số ngày người thứ nhất làm một mình xong công việc là x ($x > 9$) Khi đó số ngày người thứ hai làm một mình xong công việc là $x - 9$	0,25
		Theo bài ra ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 - 21x + 54 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x = 3, x = 18$. Đối chiếu với điều kiện $x > 9$ ta được $x = 18$ Vậy số ngày người thứ nhất làm một mình xong công việc là 18 ngày Số ngày người thứ hai làm một mình xong công việc là 9 ngày	0,25
III	1	Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m	1,00
		$\Delta' = (m-1)^2 - (2m-5)$	0,25
		$= m^2 - 2m + 1 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6$	0,25
		$= (m-2)^2 + 2$	0,25
		$\Delta' > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2	0,25
III	2	$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$ (1)	1,00
		Theo Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$	0,25
		x_1 là nghiệm nên $x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m - 5 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1 = -2x_1 + 4$ Tương tự ta có $x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1 = -2x_2 + 4$	0,25

		Vậy (1) $\Leftrightarrow (-2x_1 + 4)(-2x_2 + 4) < 0 \Leftrightarrow 4[x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4] < 0$	0,25
		$\Leftrightarrow 2m - 5 - 2.2(m - 1) + 4 < 0 \Leftrightarrow -2m + 3 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$	0,25
IV	1	Chứng minh bốn điểm M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn	1,00
		I là trung điểm của BC suy ra $OI \perp BC \Rightarrow \widehat{AIO} = 90^\circ$	0,25
		AM, AN là tiếp tuyến $\Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$	0,25
		Suy ra A, M, N, I, O cùng thuộc một đường tròn	0,25
		Suy ra M, N, I, O cùng thuộc một đường tròn	0,25
IV	2	Chứng minh $OI.OH = R^2$.	1,00
		Gọi $F = MN \cap AO \Rightarrow \widehat{AFH} = \widehat{AIH} = 90^\circ \Rightarrow AFIH$ là tứ giác nội tiếp	0,25
		$\Rightarrow \widehat{OFI} = \widehat{OHA} \Rightarrow \Delta OFI$ đồng dạng với ΔOHA	0,25
		$\Rightarrow \frac{OF}{OH} = \frac{OI}{OA} \Rightarrow OI.OH = OF.OA$ (1)	0,25
		Tam giác AMO vuông tại M có MF là đường cao nên $OF.OA = OM^2 = R^2$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $OI.OH = R^2$	0,25
IV	3	Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định	1,00
		Tam giác AMB đồng dạng với tam giác ACM $\Rightarrow AB.AC = AM^2$	0,25
		Tứ giác EFOI nội tiếp $\Rightarrow AE.AI = AF.AO = AM^2$	0,25
		Suy ra $AB.AC = AE.AI$; A, B, C, I cố định suy ra AE là hằng số.	0,25
		Mặt khác E luôn thuộc đoạn thẳng BC cố định nên điểm E cố định. Vậy MN luôn đi qua điểm E cố định	0,25



V	<p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a}{b+c-a} + \frac{4b}{c+a-b} + \frac{9c}{a+b-c}$.</p>	1,00
	<p>Đặt $x = \frac{b+c-a}{2}, y = \frac{c+a-b}{2}, z = \frac{a+b-c}{2} \Rightarrow x, y, z > 0$ thỏa mãn $x+y+z = \frac{a+b+c}{2} = 1$ và $a = y+z, b = z+x, c = x+y$. Khi đó</p>	0,25
	$S = \frac{y+z}{2x} + \frac{4(z+x)}{2y} + \frac{9(x+y)}{2z} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{4x}{y} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{9x}{z} \right) + \left(\frac{4z}{y} + \frac{9y}{z} \right) \right]$	0,25
	$\geq \frac{1}{2} \left(2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{4x}{y}} + 2\sqrt{\frac{z}{x} \cdot \frac{9x}{z}} + 2\sqrt{\frac{4z}{y} \cdot \frac{9y}{z}} \right) = 11$	0,25
	<p>Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{4x}{y}, \frac{z}{x} = \frac{9x}{z}, \frac{4z}{y} = \frac{9y}{z}$ $\Leftrightarrow y = 2x, z = 3x, 2z = 3y \Rightarrow x+y+z = 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow a = \frac{5}{6}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{1}{2}$. Vậy GTNN của S là 11</p>	0,25

Đề 8

**SỞ GD&ĐT VINH
PHÚC**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013-
2014**

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu có 4 lựa chọn, trong đó có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{1}{1-x}$ được xác định là:

- A. $x < 1$ B. $x \neq -1$ C. $x > 1$ D. $x \neq 1$

Câu 2. Đường thẳng có phương trình $y = x - 1$ đi qua điểm:

- A. $M(0; 1)$ B. $N(0; -1)$ C. $P(-1; 0)$ D. $Q(1; 1)$

Câu 3. Phương trình $x^2 + 3x - 2 = 0$ có tích hai nghiệm bằng:

- A. 3 B. 2 C. -2 D. -3

Câu 4. Cho ΔABC có diện tích 81cm^2 . Gọi M, N tương ứng là các điểm thuộc các đoạn thẳng BC, CA sao cho $2BM = MC, 2CN = NA$. Khi đó diện tích ΔAMN bằng:

- A. 36cm^2 B. 26cm^2 C. 16cm^2 D. 25cm^2

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (2,5 điểm). Cho phương trình $x^2 + 2x - m = 0$ (1). (x là ẩn, m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = -1$
b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm

(có thể bằng nhau) của phương trình (1). Tính biểu thức $P = x_1^4 + x_2^4$ theo m , tìm m để P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 6 (1,5 điểm). Tìm số tự nhiên có hai chữ số. Biết tổng hai chữ số của nó bằng 11 và nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì ta được số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị.

Câu 7 (3,0 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a . Trên cạnh AD và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho góc $MBN = 45^\circ$, BM và BN cắt AC theo thứ tự tại E và F .

- a) Chứng minh các tứ giác $ABFM, BCNE, MEFN$ nội tiếp.

- b) Gọi H là giao điểm của MF với NE và I là giao điểm của BH với MN . Tính độ dài đoạn BI theo a .
- c) Tìm vị trí của M và N sao cho diện tích tam giác MDN lớn nhất.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{3}xy + y^2$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

SỞ GD&ĐT VINH
PHÚC

HƯỚNG DẪN CHẤM TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013-2014

MÔN: TOÁN

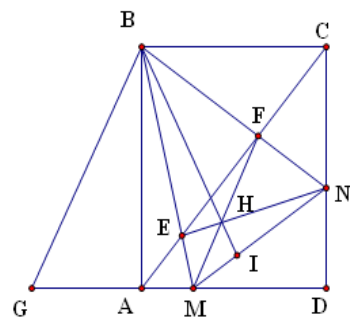
I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Mỗi câu đúng: 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	B	C	A

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu	Đáp án, gợi ý trình bày	Điểm
Câu 5 (2,5 điểm)	a) Với $m = -1$, phương trình có dạng: $x^2 + 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$	0,25 0,25 0,25
	Vậy với $m = -1$ thì phương trình (1) có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = -1$.	0,25
	b) Phương trình (1) là phương trình bậc 2 (vì hệ số của x^2 là $1 \neq 0$) có $\Delta' = 1 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$.	
	Vậy phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq -1$.	0,5
	Khi đó, áp dụng định lý Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = -m$ Do đó, $P = x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 \cdot x_2^2 = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2]^2 - 2(x_1 \cdot x_2)^2$ $= (4 + 2m)^2 - 2m^2 = 2m^2 + 16m + 16$	0,25 0,25
Vì $m \geq -1 \Leftrightarrow m + 1 \geq 0$ nên ta có: $P = 2m^2 + 16m + 16$ $= 2(m^2 + 2m + 1) + 12m + 14$ $= 2(m + 1)^2 + 12(m + 1) + 2 \geq 2$	0,5	
Suy ra P đạt giá trị nhỏ nhất $= 2$ khi và chỉ khi $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.		

<p>Câu 6 (1,5 điểm).</p>	<p>Gọi số tự nhiên cần tìm là \overline{ab} (với $a, b \in \mathbb{N}$ và $0 < a < 10, 0 \leq b < 10$) Vì tổng 2 chữ số là 11 nên $a + b = 11$ (1) Khi đổi chỗ 2 chữ số ta được số mới là \overline{ba}. Vì số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị nên ta có: $\overline{ba} - \overline{ab} = 27$ $\Leftrightarrow 10b + a - (10a + b) = 27 \Leftrightarrow 9b - 9a = 27 \Leftrightarrow a - b = -3$ (2) Kết hợp (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = -3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ a + b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 7 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy số tự nhiên cần tìm là 47.</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>Câu 7 (3,0 điểm).</p>	<p>-Hình vẽ đúng (phần a) a) Chứng minh các tứ giác $ABFM, BCNE, MEFN$ nội tiếp: Vì $ABCD$ là hình vuông và $\angle MBN = 45^\circ$ (GT) nên ta có $\angle MBF = \angle FAM = 45^\circ$ và $\angle NBE = \angle NCE = 45^\circ$ do đó các tứ giác $ABFM$ và $BCNE$ là các tứ giác tiếp (vì đều có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 2 đỉnh lại dưới một góc 45°). Mặt khác, vì tứ giác $ABFM$ nội tiếp nên $\angle BFM + \angle BAM = 180^\circ$, mà $\angle BAM = 90^\circ \Rightarrow \angle BFM = 90^\circ \Rightarrow \angle MFN = 90^\circ$ (1) Chứng minh tương tự, ta có $\angle NEM = 90^\circ$ (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MEFN$ nội tiếp được đường tròn (đường kính MN). Vậy các tứ giác $ABFM, BCNE, MEFN$ nội tiếp.</p> 	<p>0,25 0,5 0,5</p>
<p>7b (1,0 điểm)</p>	<p>b) Tính độ dài đoạn BI theo a Lấy G trên tia đối của tia AD sao cho $AG = CN$ (như hình vẽ) Kết hợp $ABCD$ là hình vuông ta suy ra $\triangle ABG = \triangle CBN$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle GBA = \angle CBN$ (3) và $GB = NB$ (4) Lại có $\angle MBN = 45^\circ \Rightarrow \angle ABM + \angle CBN = 45^\circ$ (5). Kết hợp (3), (5) $\Rightarrow \angle GBM = \angle ABM + \angle GBA = 45^\circ = \angle MBN$, lại kết hợp với (4) và BM là cạnh chung $\Rightarrow \triangle MBG = \triangle MBN$ (c.g.c) Mặt khác theo chứng minh ở phần a, ta có NE và MF là hai đường cao của $\triangle MBN$, suy ra BI cũng là đường cao của $\triangle MBN \Rightarrow BA = BI$ (hai đường cao tương ứng của hai tam giác bằng nhau). Vậy $BI = BA = a$.</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>7c (0,75 điểm)</p>	<p>c) Tìm vị trí của M và N để diện tích tam giác MDN lớn nhất Do $\triangle MBG = \triangle MBN$ (theo chứng minh ở phần b) $\Rightarrow MG = MN$ Do đó $MD + DN + MN = MD + DN + MG = MD + DN + (GA + AM)$ $= MD + DN + CN + AM$ (vì $GA = CN$) $= (MD + AM) + (DN + NC) = 2a$ (không đổi)</p>	<p>0,25</p>

	<p>Áp dụng định lý Pi-ta-go cho $\triangle MDN$ (vuông tại D), ta có $MN^2 = DN^2 + DM^2$</p> <p>Mặt khác dễ dàng chứng minh được: $DN^2 + DM^2 \geq \frac{(DM + DN)^2}{2}$ (vì tương đương với $(DM - DN)^2 \geq 0$ luôn đúng).</p> <p>Suy ra $MN \geq \sqrt{\frac{(DM + DN)^2}{2}} = \frac{DM + DN}{\sqrt{2}}$</p> <p>$\Rightarrow 2a = MD + DN + MN \geq MD + DN + \frac{MD + DN}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}(MD + DN)$</p> <p>Lại áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:</p> <p>$2a = MD + DN + MN$ MN</p> <p>$\geq \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}(MD + DN) \geq \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{MD \cdot DN} = (2 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{MD \cdot DN}$</p> <p>$\Rightarrow DM \cdot DN \leq \left(\frac{2a}{2 + \sqrt{2}}\right)^2 = 2(\sqrt{2} - 1)^2 \cdot a^2$</p> <p>$\Rightarrow S_{\triangle MDN} = \frac{1}{2} DM \cdot DN \leq (\sqrt{2} - 1)^2 \cdot a^2$,</p> <p>dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} DM = DN \\ MN = \frac{DM + DN}{\sqrt{2}} \\ DM + DN + MN = 2a \end{cases} \Leftrightarrow DM = DN = (2 - \sqrt{2})a$.</p> <p>Vậy để diện tích tam giác MDN lớn nhất thì M, N lần lượt trên cạnh AD, CD sao cho $DM = DN = (2 - \sqrt{2})a$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 8 (1,0 điểm).</p>	<p>+Ta có: $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \Leftrightarrow 2ab \leq a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$ (đúng với mọi a, b), đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.</p> <p>Do đó:</p> <p>$M = \sqrt{3}xy + y^2 = (\sqrt{3}x)y + y^2$</p> <p>$\leq \frac{(\sqrt{3}x)^2 + y^2}{2} + y^2 = \frac{3x^2 + y^2 + 2y^2}{2} = \frac{3(x^2 + y^2)}{2}$</p> <p>Mà $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow M \leq \frac{3}{2}$, dấu “=” xảy ra \Leftrightarrow</p> <p>$\begin{cases} \sqrt{3}x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}; y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{-1}{2}; y = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của M là $\frac{3}{2}$, đạt được khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>hoặc $x = \frac{-1}{2}$ và $y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>+Xét $2M + 1 = 2(\sqrt{3}xy + y^2) + 1 = 2\sqrt{3}xy + 2y^2 + (x^2 + y^2)$ $= x^2 + 2x \cdot \sqrt{3}y + 3y^2 = (x + \sqrt{3}y)^2 \geq 0$ với mọi x, y</p> <p>Suy ra $M \geq \frac{-1}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + \sqrt{3}y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$ hoặc</p>	0,25
	<p>$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $y = \frac{-1}{2}$.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{-1}{2}$, đạt được khi và chỉ khi $x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $y = \frac{-1}{2}$</p>	0,25

Đề 9

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2012 – 2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi: 21 tháng 6 năm 2012

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,5 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$. Tính giá trị của A khi $x = 36$

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$)

3) Với các của biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị của x nguyên để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Bài III (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

4) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

Bài V (0,5 điểm). Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

GỢI Ý - ĐÁP ÁN

Bài I: (2,5 điểm)

1) Với $x = 36$, ta có : $A = \frac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

2) Với $x \geq 0, x \neq 16$ ta có :

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{x-16} + \frac{4(\sqrt{x}+4)}{x-16} \right) \frac{\sqrt{x}+2}{x+16} = \frac{(x+16)(\sqrt{x}+2)}{(x-16)(x+16)} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$$

3) Ta có: $B(A-1) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} - 1 \right) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{x-16}$.

Để $B(A-1)$ nguyên, x nguyên thì $x-16$ là ước của 2, mà $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Ta có bảng giá trị tương ứng:

$x-16$	1	-1	2	-2
x	17	15	18	14

Kết hợp ĐK $x \geq 0, x \neq 16$, để $B(A-1)$ nguyên thì $x \in \{14; 15; 17; 18\}$

Bài II: (2,0 điểm)

Gọi thời gian người thứ nhất hoàn thành một mình xong công việc là x (giờ), ĐK $x > \frac{12}{5}$

Thì thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là $x + 2$ (giờ)

Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (cv), người thứ hai làm được $\frac{1}{x+2}$ (cv)

Vì cả hai người cùng làm xong công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ nên mỗi giờ cả hai đội làm

được: $\frac{12}{5} = \frac{5}{12}$ (cv)

Do đó ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 49 + 120 = 169, \sqrt{\Delta'} = 13$$

$$\Rightarrow x = \frac{7-13}{5} = \frac{-6}{5} \text{ (loại)} \text{ và } x = \frac{7+13}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy người thứ nhất làm xong công việc trong 4 giờ,
người thứ hai làm xong công việc trong $4+2 = 6$ giờ.

Bài III: (1,5 điểm) 1) Giải hệ:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}, \text{ (ĐK: } x, y \neq 0).$$

$$\text{Hệ} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{x} = 4+1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} = 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \frac{2}{2} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.

2) + Phương trình đã cho có $\Delta = (4m - 1)^2 - 12m^2 + 8m = 4m^2 + 1 > 0, \forall m$
 Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$

+ Theo ĐL Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m - 1 \\ x_1 x_2 = 3m^2 - 2m \end{cases}$$

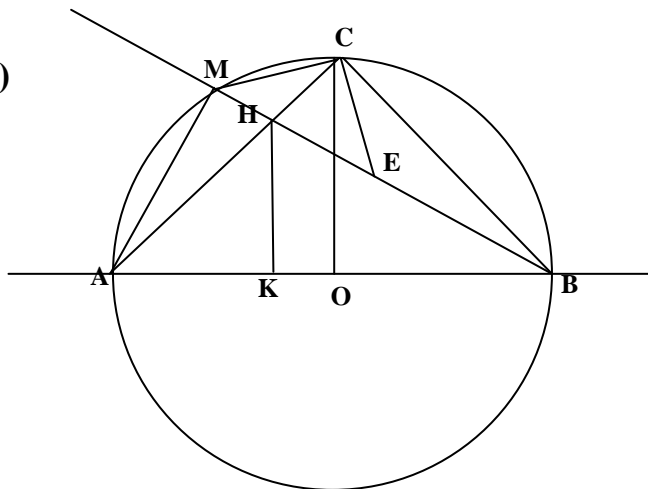
Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 7$

$$\Leftrightarrow (4m - 1)^2 - 2(3m^2 - 2m) = 7 \Leftrightarrow 10m^2 - 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 = 0$$

Ta thấy tổng các hệ số: $a + b + c = 0 \Rightarrow m = 1$ hay $m = \frac{-3}{5}$.

Trả lời: Vậy....

Bài IV: (3,5 điểm)



1) Ta có $\angle HCB = 90^\circ$ (do chắn nửa đường tròn đk AB)

$\angle HKB = 90^\circ$ (do K là hình chiếu của H trên AB)

$\Rightarrow \angle HCB + \angle HKB = 180^\circ$ nên tứ giác CBKH nội tiếp trong đường tròn đường kính HB.

Bài V: (0,5 điểm)

Cách 1 (không sử dụng BĐT Cô Si)

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x^2 - 4xy + 4y^2) + 4xy - 3y^2}{xy} = \frac{(x-2y)^2 + 4xy - 3y^2}{xy} = \frac{(x-2y)^2}{xy} + 4 - \frac{3y}{x}$$

Vì $(x - 2y)^2 \geq 0$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$x \geq 2y \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-3y}{x} \geq \frac{-3}{2}, \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 0 + 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 2:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{4y} + \frac{y}{x}\right) + \frac{3x}{4y}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bdt Cô si cho 2 số dương $\frac{x}{4y}; \frac{y}{x}$ ta có $\frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y} \cdot \frac{y}{x}} = 1$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$\text{Vì } x \geq 2y \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 3:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y} + \frac{4y}{x}\right) - \frac{3y}{x}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bdt Cô si cho 2 số dương $\frac{x}{y}; \frac{4y}{x}$ ta có $\frac{x}{y} + \frac{4y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{4y}{x}} = 4$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$\text{Vì } x \geq 2y \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-3y}{x} \geq \frac{-3}{2}, \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 4:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{\frac{4x^2}{4} + y^2}{xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{3x^2}{4}}{xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2}{xy} + \frac{3x^2}{4xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2}{xy} + \frac{3x}{4y}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bdt Co si cho 2 số dương $\frac{x^2}{4}; y^2$ ta có $\frac{x^2}{4} + y^2 \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{4} \cdot y^2} = xy$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vì $x \geq 2y \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Từ đó ta có $M \geq \frac{xy}{xy} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Đề 10

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM**

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2012 – 2013

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{2}x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = (2 - \sqrt{3})\sqrt{26 + 15\sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.

Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F (ME < MF). Vẽ cát tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm, A nằm giữa hai điểm M và B, A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO).

e) Chứng minh rằng $MA \cdot MB = ME \cdot MF$

f) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng MO. Chứng minh tứ giác AHOB nội tiếp.

g) Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính MF; nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) ở K. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF. Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng KC.

h) Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS. Chứng minh ba điểm P, Q, T thẳng hàng.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$ (a)

Vì phương trình (a) có $a - b + c = 0$ nên

$$(a) \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{2}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ 3x + 2y = 4 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ x + 5y = -3 & (3) \ ((2) - (1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -13y = 13 & ((1) - 2(3)) \\ x + 5y = -3 & (3) \ ((2) - (1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$ (C)

Đặt $u = x^2 \geq 0$, phương trình thành : $u^2 + u - 12 = 0$ (*)

(*) có $\Delta = 49$ nên (*) $\Leftrightarrow u = \frac{-1+7}{2} = 3$ hay $u = \frac{-1-7}{2} = -4$ (loại)

Do đó, (C) $\Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

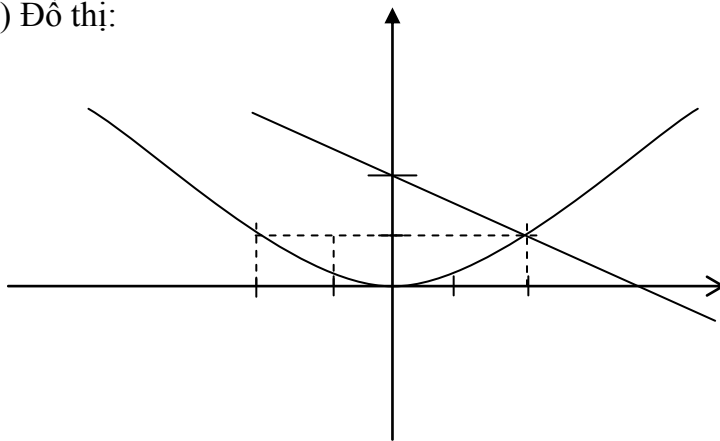
Cách khác : (C) $\Leftrightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$ (d)

$\Delta' = 2 + 7 = 9$ do đó (d) $\Leftrightarrow x = \sqrt{2} \pm 3$

Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 2;1)$, $(\pm 4;4)$

(D) đi qua $(-4;4)$, $(2;1)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$$y(-4) = 4, y(2) = 1$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(-4; 4), (2; 1)$.

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} = \frac{x - \sqrt{x} - x - \sqrt{x}}{x^2 - x} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1}$$

$$= \frac{-2\sqrt{x}}{x(x-1)} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} = \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \left[-\frac{1}{x} + 1 \right] = \frac{2\sqrt{x}(x-1)}{x(x-1)} = \frac{2}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = (2 - \sqrt{3})\sqrt{26 + 15\sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(2 - \sqrt{3})\sqrt{52 + 30\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2 + \sqrt{3})\sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(2 - \sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3} + 5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2 + \sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3} - 5)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(2 - \sqrt{3})(3\sqrt{3} + 5) - \frac{1}{\sqrt{2}}(2 + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 5) = \sqrt{2}$$

Câu 4:

a/ Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0$ với mọi m nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b/ Do đó, theo Viet, với mọi m, ta có: $S = -\frac{b}{a} = 2m$; $P = \frac{c}{a} = m - 2$

$$M = \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2} = \frac{-24}{4m^2 - 8m + 16} = \frac{-6}{m^2 - 2m + 4}$$

$$= \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \text{ Khi } m = 1 \text{ ta có } (m-1)^2 + 3 \text{ nhỏ nhất}$$

$$\Rightarrow -M = \frac{6}{(m-1)^2 + 3} \text{ lớn nhất khi } m = 1 \Rightarrow M = \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \text{ nhỏ nhất khi } m = 1$$

Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất là -2 khi m = 1

Câu 5

a) Vì ta có do hai tam giác đồng dạng MAE và MBF

$$\text{Nên } \frac{MA}{ME} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow MA \cdot MB = ME \cdot MF$$

(Phương tích của M đối với đường tròn tâm O)

b) Do hệ thức lượng trong đường tròn ta có

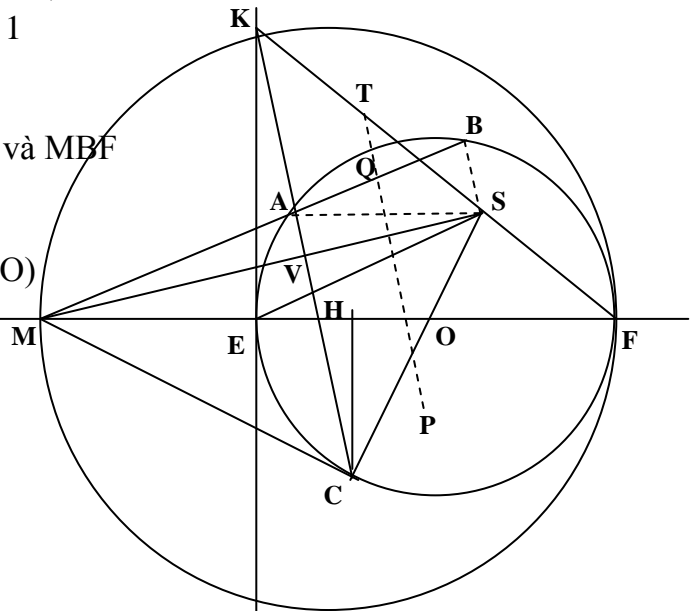
$$MA \cdot MB = MC^2, \text{ mặt khác hệ thức lượng}$$

trong tam giác vuông MCO ta có

$$MH \cdot MO = MC^2 \Rightarrow MA \cdot MB = MH \cdot MO$$

nên tứ giác AHOB nội tiếp trong đường tròn.

c) Xét tứ giác MKSC nội tiếp trong đường



tròn đường kính MS (có hai góc K và C vuông).

Vậy ta có : $MK^2 = ME.MF = MC^2$ nên $MK = MC$.

Do đó MF chính là đường trung trực của KC

nên MS vuông góc với KC tại V.

d) Do hệ thức lượng trong đường tròn ta có $MA.MB = MV.MS$ của đường tròn tâm Q.

Tương tự với đường tròn tâm P ta cũng có $MV.MS = ME.MF$ nên PQ vuông góc với MS và là đường trung trực của VS (đường nối hai tâm của hai đường tròn). Nên PQ cũng đi qua trung điểm của KS (do định lí trung bình của tam giác SKV). Vậy 3 điểm T, Q, P thẳng hàng.