# CHƯƠNG I: DAO ĐỘNG CƠ HỌC

## *I. DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ*

### 1. Phương trình dao động: x = Acos(ωt + φ)

**2.** Vận tốc tức thời: v = - ωAsin(ωt + φ)

**3.** Gia tốc tức thời: a = -ω$^2$Acos(ωt + φ)

**4.** Vật ở VTCB: x = 0; $|v|_{Max}$ = ωA; $|a|_{Min}$ = 0

Vật ở biên: x = ±A; $|v|_{Min}$ = 0; $|a|_{Max}$ = ω$^2$A

**5.** Hệ thức độc lập: $A^2 = x^2 + (\frac{v}{\omega})^2$

a = -ω$^2$x

**6.** Chiều dài quỹ đạo: 2A

**7.** Cơ năng: $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

Với $E_d = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi) = E\sin^2(\omega t+\varphi)$

$E_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi) = E\cos^2(\omega t+\varphi)$

**8.** Dao động điều hoà có ***tần số góc*** là ω, ***tần số*** f, chu kỳ T. Thì:
***động năng*** và ***thế năng*** biến thiên với tần số góc 2ω, tần số 2f, chu kỳ T/2

**9.** Động năng và thế năng trung bình trong thời gian T/2 ( n∈N$^*$, T là chu kỳ dao động) là: $\frac{E}{2} = \frac{1}{4}m\omega^2A^2$

**10.** Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có toạ độ $x_1$ đến $x_2$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} \text{ với } \begin{cases} \cos\varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos\varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \text{ và } (-\frac{\pi}{2} \le \varphi_1, \varphi_2 \le \frac{\pi}{2})$$

**11.** Quãng đường đi trong 1 chu kỳ luôn là 4A; trong 1/2 chu kỳ luôn là 2A

Quãng đường đi trong l/4 chu kỳ là A khi vật xuất phát từ VTCB hoặc vị trí biên (tức là φ = 0; π; ±π/2)

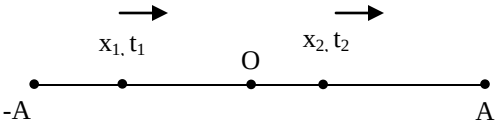
**12.** Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1$ đến $t_2$.

Xác định: $\begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases}$ và $\begin{cases} x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$ ($v_1$ và $v_2$ chỉ cần xác định dấu)

Phân tích: $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$ (n ∈N; $0 \le \Delta t < T$)

Quãng đường đi được trong thời gian nT là $S_1 = 4nA$, trong thời gian Δt là $S_2$.

Quãng đường tổng cộng là $S = S_1 + S_2$



* Nếu $v_1v_2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta t < \dfrac{T}{2} \Rightarrow S_2 = |x_2 - x_1| \\ \Delta t > \dfrac{T}{2} \Rightarrow S_2 = 4A - |x_2 - x_1| \end{cases}$

* Nếu $v_1v_2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases}$

**13.** Các bước lập phương trình dao động dao động điều hoà:

* Tính ω
* Tính A (thường sử dụng hệ thức độc lập)
* Tính φ dựa vào điều kiện đầu: lúc $t = t_0$ (thường $t_0 = 0$) $\begin{cases} x = A\cos(\varphi) \\ v = -\omega A\sin(\varphi) \end{cases}$

**Lưu ý:** + Vật chuyển động theo chiều dương thì $v > 0$, ngược lại $v < 0$

+ Trước khi tính φ cần xác định rõ φ thuộc góc phần tư thứ mấy của đường tròn lượng giác

(thường lấy $-\pi < \varphi \leq \pi$)

**14.** Các bước giải bài toán tính thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a, E, $E_t$, $E_đ$, F) lần thứ n

* Giải phương trình lượng giác lấy các nghiệm của t (Với $t > 0 \Rightarrow$ phạm vi giá trị của k )
* Liệt kê n nghiệm đầu tiên (thường n nhỏ)
* Thời điểm thứ n chính là giá trị lớn thứ n

**Lưu ý:** Đề ra thường cho giá trị n nhỏ, còn nếu n lớn thì tìm quy luật để suy ra nghiệm thứ n

**15.** Các bước giải bài toán tìm số lần vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a, E, $E_t$, $E_đ$, F) từ thời điểm $t_1$ đến $t_2$.

* Giải phương trình lượng giác được các nghiệm
* Từ $t_1 < t \leq t_2 \Rightarrow$ Phạm vi giá trị của (Với $k \in Z$)
* Tổng số giá trị của k chính là số lần vật đi qua vị trí đó.

**16.** Các bước giải bài toán tìm li độ dao động sau thời điểm t một khoảng thời gian Δt. Biết tại thời điểm t vật có li độ $x = x_0$.

* Từ phương trình dao động điều hoà: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ cho $x = x_0$

  Lấy nghiệm $\omega t + \varphi = \alpha$

  hoặc $\omega t + \varphi = -\alpha$
* Li độ sau thời điểm đó Δt giây là: $x = A\cos(\omega\Delta t + \alpha)$ hoặc $x = A\cos(\omega\Delta t - \alpha)$

**17**. Dao động điều hoà có phương trình đặc biệt:

* $x = a \pm A\cos(\omega t + \varphi)$ với a = const

  Biên độ là A, tần số góc là ω, pha ban đầu φ

  x là toạ độ, $x_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$ là li độ.

  Toạ độ vị trí cân bằng x = a, toạ độ vị trí biên $x = a \pm A$

  Vận tốc $v = x' = x_0'$, gia tốc $a = v' = x'' = x_0''$

  Hệ thức độc lập: $a = -\omega^2 x_0$

$$A^2 = x_0^2 + (\frac{v}{\omega})^2$$

* $x = a \pm A\cos^2(\omega t + \varphi)$ (ta phải hạ bậc)

Biên độ A/2; tần số góc 2ω, pha ban đầu 2φ.

## *II. CON LẮC LÒ XO*

**1.** Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

**2.** Cơ năng: $E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2$

Với $E_đ = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi) = E\sin^2(\omega t+\varphi)$

$E_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi) = E\cos^2(\omega t+\varphi)$

**3.** * Độ biến dạng của lò xo thẳng đứng: $\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$

* Độ biến dạng của lò xo nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α:

$\Delta l = \frac{mg\sin\alpha}{k} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g\sin\alpha}}$

* Trường hợp vật ở dưới:

+ Chiều dài lò xo tại VTCB: $l_{CB} = l_0 + \Delta l$ ($l_0$ là chiều dài tự nhiên)

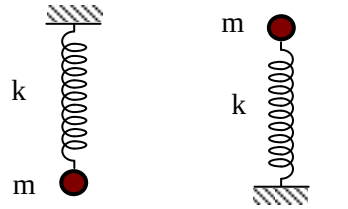
+ Chiều dài cực tiểu (khi vật ở vị trí cao nhất): $l_{Min} = l_0 + \Delta l - A$

+ Chiều dài cực đại (khi vật ở vị trí thấp nhất): $l_{Max} = l_0 + \Delta l + A$

$\Rightarrow l_{CB} = (l_{Min} + l_{Max})/2$

* Trường hợp vật ở trên:

$l_{CB} = l_0 - \Delta l$; $l_{Min} = l_0 - \Delta l - A$; $l_{Max} = l_0 - \Delta l + A$ $\Rightarrow l_{CB} = (l_{Min} + l_{Max})/2$




*Vật ở dưới* *Vật ở trên*

**4.** Lực hồi phục hay lực phục hồi (là lực gây dao động cho vật) là lực để đưa vật về vị trí cân bằng (là hợp lực của các lực tác dụng lên vật xét phương dao động), luôn hướng về VTCB, có độ lớn $F_{hp} = k|x| = m\omega^2|x|$.

**5.** Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng.

Có độ lớn $F_{đh} = kx^*$ ($x^*$ là độ biến dạng của lò xo)

* Với con lắc lò xo nằm ngang thì lực hồi phục và lực đàn hồi là một (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

* Với con lắc lò xo thẳng đứng hoặc đặt trên mặt phẳng nghiêng

+ Độ lớn lực đàn hồi có biểu thức:

* $F_{đh} = k|\Delta l + x|$ với chiều dương hướng xuống

* $F_{đh} = k|\Delta l - x|$ với chiều dương hướng lên

+ Lực đàn hồi cực đại (lực kéo): $F_{Max} = k(\Delta l + A) = F_{KMax}$

+ Lực đàn hồi cực tiểu:

* Nếu $A < \Delta l \Rightarrow F_{Min} = k(\Delta l - A) = F_{KMin}$

* Nếu $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{Min} = 0$ (lúc vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng)

Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại: $F_{Nmax} = k(A - \Delta l)$ (lúc vật ở vị trí cao nhất)

**Lưu ý:** Khi vật ở trên: * $F_{Nmax} = F_{Max} = k(\Delta l + A)$

* Nếu $A < \Delta l \Rightarrow F_{Nmin} = F_{Min} = k(\Delta l - A)$

* Nếu $A \geq \Delta l \Rightarrow F_{Kmax} = k(A - \Delta l)$ còn $F_{Min} = 0$

**6.** Một lò xo có độ cứng k, chiều dài $l$ được cắt thành các lò xo có độ cứng $k_1$, $k_2$, … và chiều dài tương ứng là $l_1$, $l_2$, … thì ta có: $kl = k_1l_1 = k_2l_2 = ...$

**7.** Ghép lò xo:

* Nối tiếp $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... \Rightarrow$ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

* Song song: $k = k_1 + k_2 + \ldots \Rightarrow$ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + ...$

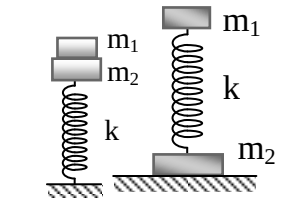
**8.** Gắn lò xo k vào vật khối lượng $m_1$ được chu kỳ $T_1$, vào vật khối lượng $m_2$ được $T_2$, vào vật khối lượng $m_1+m_2$ được chu kỳ $T_3$, vào vật khối lượng $m_1 - m_2$ ($m_1 > m_2$)được chu kỳ $T_4$.

Thì ta có: $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$ và $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$

**9.** Vật $m_1$ được đặt trên vật $m_2$ dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. (***Hình 1***)

Để $m_1$ luôn nằm yên trên $m_2$ trong quá trình dao động thì:

$$A_{Max} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$




Hình 1 Hình 2

**10.** Vật $m_1$ và $m_2$ được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng, $m_1$ dao động điều hoà.(***Hình 2***)

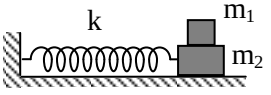
Để $m_2$ luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình $m_1$ dao động thì:

$$A_{Max} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

**11.** Vật $m_1$ đặt trên vật $m_2$ dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa $m_1$ và $m_2$ là $\mu$, bỏ qua ma sát giữa $m_2$ và mặt sàn. (***Hình 3***)

Để $m_1$ không trượt trên $m_2$ trong quá trình dao động thì:

$$A_{Max} = \mu\frac{g}{\omega^2} = \mu\frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$




Hình 3

## *III. CON LẮC ĐƠN*

**1.** Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$; chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

**2.** Phương trình dao động:

$s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$ hoặc $\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$ với $s = \alpha l$, $S_0 = \alpha_0 l$ và $\alpha \leq 10^0$

$\Rightarrow v = s' = -\omega S_0\sin(\omega t + \varphi) = -\omega l\alpha_0\sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow a = v' = -\omega^2 S_0\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 l\alpha_0\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s = -\omega^2\alpha l$

**Lưu ý:** $S_0$ đóng vai trò như A còn s đóng vai trò như x

**3.** Hệ thức độc lập:

* $a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$

* $S_0^2 = s^2 + (\frac{v}{\omega})^2$

* $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$

**4.** Cơ năng: $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}S_0^2 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 l\alpha_0^2$

Với $E_d = \frac{1}{2}mv^2 = E\sin^2(\omega t + \varphi)$

$E_t = mgl(1-\cos\alpha) = E\cos^2(\omega t + \varphi)$

**5.** Tại cùng một nơi con lắc đơn chiều dài $l_1$ có chu kỳ $T_1$, con lắc đơn chiều dài $l_2$ có chu kỳ $T_2$, con lắc đơn chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kỳ $T_2$,con lắc đơn chiều dài $l_1 - l_2$ ($l_1 > l_2$) có chu kỳ $T_4$.

Thì ta có: $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$ và $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$

**6.** Vận tốc và lực căng của sợi dây con lắc đơn

$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ và $T_C = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

**7.** Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ cao $h_1$, nhiệt độ $t_1$. Khi đưa tới độ cao $h_2$, nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta h}{R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

Với R = 6400km là bán kính Trái Đất, còn λ là hệ số nở dài của thanh con lắc.

**8.** Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ sâu $d_1$, nhiệt độ $t_1$. Khi đưa tới độ sâu $d_2$, nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta d}{2R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

**9.** Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ cao h, nhiệt độ $t_1$. Khi đưa xuống độ sâu d, nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{d}{2R} - \frac{h}{R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

**10.** Con lắc đơn có chu kỳ đúng T ở độ sâu d, nhiệt độ $t_1$. Khi đưa lên độ cao h, nhiệt độ $t_2$ thì ta có:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{h}{R} - \frac{d}{2R} + \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

Lưu ý: * Nếu $\Delta T > 0$ thì đồng hồ chạy chậm (đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn)

* Nếu $\Delta T < 0$ thì đồng hồ chạy nhanh

* Nếu $\Delta T = 0$ thì đồng hồ chạy đúng

* Thời gian chạy sai mỗi ngày (24h = 86400s): $\theta = \frac{|\Delta T|}{T}86400(s)$

**11.** Khi con lắc đơn chịu thêm tác dụng của lực phụ không đổi:

Lực phụ không đổi thường là:

* Lực quán tính: $\vec{F} = -m\vec{a}$, độ lớn F = ma ( $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{a}$ )

**Lưu ý:** + Chuyển động nhanh dần đều $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$ ($\vec{v}$ có hướng chuyển động)

+ Chuyển động chậm dần đều $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$

* Lực điện trường: $\vec{F} = q\vec{E}$, độ lớn F = |q|E (Nếu $q > 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E}$; còn nếu $q < 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E}$ )

* Lực đẩy Ácsimét: F = DgV ( $\vec{F}$ luôn thẳng đứng hướng lên)

Trong đó: D là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí.

g là gia tốc rơi tự do.

V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.

Khi đó: $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$ gọi là trọng lực hiệu dụng hay trong lực biểu kiến (có vai trò như trọng lực $\vec{P}$ )

$\vec{g'} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ gọi là gia tốc trọng trường hiệu dụng hay gia tốc trọng trường biểu kiến.

Chu kỳ dao động của con lắc đơn khi đó: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

Các trường hợp đặc biệt:

* $\vec{F}$ có phương ngang: + Tại VTCB dây treo lệch với phương thẳng đứng một góc có: $tg\alpha = \frac{F}{P}$

$$+\ g' = \sqrt{g^2 + (\frac{F}{m})^2}$$

* $\vec{F}$ có phương thẳng đứng thì $g' = g \pm \frac{F}{m}$

+ Nếu $\vec{F}$ hướng xuống thì $g' = g + \frac{F}{m}$

+ Nếu $\vec{F}$ hướng lên thì $g' = g - \frac{F}{m}$

**12. Con lắc vật lý**

+ Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ => T = $2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$

## IV. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

**1.** Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ được một dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Trong đó: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$ với $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2$ (nếu $\varphi_1 \le \varphi_2$)

* Nếu $\Delta\varphi = 2k\pi$ ($x_1$, $x_2$ cùng pha) $\Rightarrow A_{Max} = A_1 + A_2$

* Nếu $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ ($x_1$, $x_2$ ngược pha) $\Rightarrow A_{Min} = |A_1 - A_2|$

**2.** Khi biết một dao động thành phần $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và dao động tổng hợp $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì dao động thành phần còn lại là $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$.

Trong đó: $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1)$

$$\tan\varphi_2 = \frac{A\sin\varphi - A_1\sin\varphi_1}{A\cos\varphi - A_1\cos\varphi_1}\ tg\varphi_2 = \frac{A\sin\varphi - A_1\sin\varphi_1}{A\cos\varphi - A_1\cos\varphi_1}$$ với $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2$ ( nếu $\varphi_1 \le \varphi_2$ )

**3.** Nếu một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hoà cùng phương cùng tần số $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$;

$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ … thì dao động tổng hợp cũng là dao động điều hoà cùng phương cùng tần số

$x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Ta có: $A_x = A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 + ....$

$$A_y = A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2 + ...$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_\Delta^2}$$ và $\tan\varphi = \frac{A_y}{A_x}$ với $\varphi \in [\varphi_{Min};\varphi_{Max}]$

## *V. DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC - CỘNG HƯỞNG*

**1.** Một con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ A, hệ số ma sát μ. Quãng đường vật đi được đến lúc dừng lại là: $S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2A^2}{2\mu g}$

**2.** Một vật dao động tắt dần thì độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ là: $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4\mu g}{\omega^2}$

$\Rightarrow$ số dao động thực hiện được $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}$

**3.** Hiện tượng cộng hưởng xảy ra khi: $f = f_0$ hay $\omega = \omega_0$ hay $T = T_0$

Với f, ω, T và $f_0$, $\omega_0$, $T_0$ là tần số, tần số góc, chu kỳ của lực cưỡng bức và của hệ dao động.