File A14 1

Chương 2:

2.3

1. **Hai sự kiện A và B với P(A) = 0.8 và P(AB)=0.2. Với giá trị nào của P(B) thì hai sự kiện A và B độc lập?**

A và B độc lập => P(AB) = P(A) * P(B) = 0.8 * 0.2 = 0.16

2. **Hai sự kiện A và B với P(A) = 0.5 và P(AB^c) = 0.4. Với giá trị nào của P(B) thì hai sự kiện A và B độc lập?**

A và B độc lập => P(AB^c) = P(A) * P(B^c) <=> P(B^c) = P(AB^c) / P(A) = 0.4 / 0.5 = 0.8

=> P(B) = 1 - P(B^c) = 0.2

3. **Một hộp có 10 cái cầu chì, trong đó 8 cái có công suất 10A và 2 cái công suất 15A. Chọn ngẫu nhiên 2 cái tính xác suất:**

Gọi A là biến cố chọn cái đầu tiên, B là biến cố chọn cái thứ 2

a. **Cái đầu tiên công suất là 15A.**

P(A15) = 1/2 * 2/10 = 0.1

b. **Cái thứ hai công suất là 15A biết cái thứ nhất công suất là 10A.**

P (A10/ B15) = (P(B15/A10) * P(A10))/(P(B15/A10) * P(A10) + P(B15/A15) * P(A15)) = ((2/9 * 8/10)/((2/9 * 8/10) + (1/9 * 2/10)) = 8/9

c. **Cái thứ hai công suất là 15A biết cái thứ nhất công suất là 15A.**

P(A15/ B15) = (P(B15/A15) * P(A15))/(P(B15/A10) * P(A10) + P(B15/A15) * P(A15)) = ((1/9 * 2/10)/((2/9 * 8/10) + (1/9 * 2/10)) = 1/9

4. **Tương tự câu 3. Nếu chọn ngẫu nhiên lần lượt từng cái từ hộp cho đến khi được một cái công suất 15A thì ngưng. Tính xác suất:**

Phân phối siêu bội

a. **Chọn được 2 cái 10A.**

P(X=2) = (8C2/10C2) * 2/8 = 7/45

b. **Chỉ chọn được 2 cái.**

P(X=1) = (8C1/10C1) * 2/9 = 8/45

c. **Chọn được nhiều hơn 3 cái**.

P(X>3) = 1 – (P(X=1) + P(X=2)) = 1 – (2/10 + 8/45) = 28/45

5. **Trong một ngày lễ tốt nghiệp tại một trường đại học lớn. Chọn ngẫu nhiên một người được tốt nghiệp. Biến cố A là sinh viên được chọn tốt nghiệp chuyên ngành kỹ sư. Biến cố B là sinh viên được chọn khoá học giải tích. So sánh hai xác suất P(A|B) và P(B|A) cái nào lớn hơn và giải thích?**

P(B|A) > P(A|B)

Vì ta thấy là tốt nghiệp kỹ sư thì phải hoàn thành khoá học giải tích

P(B|A) là biến cố SV hoàn thành khoá học giải tích khi đã tốt nghiệp kỹ sư = 1

P(A|B) là biến cố SV tốt nghiệp kỹ sư khi hoàn thành khoá học toán < 1

6. **Theo một bài báo đã ước tính rằng có 5.6% dân số chắc chắn bị hen suyễn, và bệnh hen suyễn có xác suất lây lan là 0.027 trong 1 ngày. Một người được chọn ngẫu nhiên từ vùng dân cư đó. Tính xác suất người đó bị lây bệnh hen suyễn vào hôm đó.**

Gọi A là biến cố người bị mắc bệnh hen suyễn

C là biến cố người đó bị bệnh trước đó

B là biến cố người đó bị lây vào ngày hôm đó

$P(A) = P(C) + P(C^c) * P(AC^c) = 0.056 + 0.944 * 0.027 = 0.081488$

$P(A/C^c) = P(C^c) * P(AC^c) = P(C^c) * P(B) = 0.944 * 0.027 = 0.025488$

P(B

7. **Giả sử rằng thành lập công ty trong lĩnh vực công nghệ sinh học có tỉ lệ đạt lợi nhuận là 0.2 và trong lĩnh vực công nghệ thông tin là 0.15. Một nhà tư bản đầu tư mỗi công ty vào một lĩnh vực. Giả sứ các các công ty độc lập, tính xác suất:**
    a. **Cả hai công ty đều thu lợi nhuận**.

$P(AB) = P(A) * P(B) = 0.2 * 0.15 = 0.03$

b. Không một công ty nào thu lợi nhuận.

$P(A^cB^c) = P(A^c) * P(B^c) = 0.8 * 0.85 = 0.68$

c. Có ít nhất một công ty thu lợi nhuận.

$P(X) = 1 – P(AB) – P(A^cB^c) = 0.29$

8. **Một chiếc xe đua tốc độ có 2 cái dù, một cái chính và một cái dự phòng. Giả sử rằng cái dù chính mở ra với xác suất 0.99, và nếu cái chính không mở ra, thì cái dù dự phòng sẽ mở với xác suất 0.98. Tính xác suất:**
    a. Một trong hai cái được mở.

$P(X) = P(X1) + P(X2/X1^c) = P(X1) + P(X1^c) * P(X1^cX2) = 0.99 + 0.01 * 0.98 = 0.9998$

b. Cái dù dự phòng mở.

$P(X2/X1^c) = P(X1^c) * P(X1^cX2) = 0.01 * 0.98 = 0.0098$

9. **Dân cư của một thành phố cố định, mua xe mới trong năm những năm qua, 12% trong số họ mua phương tiện hybrid và 5% trong số đó mua xe tải hybrid. Tính xác suất chọn một người sử dụng phương tiện hybrid và là xe tải hybrid**.

P(Xt/H) = P(H) * P(XtH) = 0.12 * 0.05 = 0.006

10. **Một trong những lỗi thường gặp của ổ cứng máy tính, được xác định là 20% trong số đó có phân phối dữ liệu bị hư hỏng, 70% chỉ bị hư phần dữ liệu không cần thiết, 10% còn lại bị mắc cả hai lỗi vừa có phần phối dữ liệu bị hỏng và bi hư phần dữ liệu không cần thiết. Tính xác suất:**

Gọi A là biến cố ổ cứng có phân phối dữ liệu bị hư hỏng

B là biến cố ổ cứng bị hư phần dữ liệu không cần thiết

C là biến cố ổ cứng bị cả hai

a. Phân phối dữ liệu bị hư hỏng.

P(A) = 0.2

b. **Phần dữ liệu không cần thiết bị hư hỏng**.

P(B) = 0.7

c. Nếu ổ cứng được lựa bị hư phân phối dữ liệu, và động thời dữ liệu không cần thiết cũng bị hư.

P(A/B) = P(AB) * P(B) = 0.1 * 0.7 = 0.07

d. **Nếu ổ cứng được lựa bị hư dữ liệu không cần thiề và đồng thời bị hư phân phối dữ liệu**.

P(B/A) = P(AB) * P(A) = 0.1 * 0.2 = 0.02

e. Nếu ổ cứng được lựa bị hư phân phối dữ liệu, nhưng dữ liệu không cần thiết không bị hư.

$P(AB^c) = P(A) * P(B^c) = 0.2 * 0.3 = 0.06$

f. **Nếu ổ cứng được lựa vừa bị hư dữ liệu không cần thiềt nhưng không bị hư phân phối dữ liệu**.

$P(BA^c) = P(A^c) * P(B) = 0.8 * 0.7 = 0.56$

2.5

1. **Nếu * và Y là 2 biến cố độc lập ngẫu nhiên với kỳ vọng µX = 9.5 và µY=6.8 và độ lệch chuẩn σX = 0.4 và σY = 0.1. Tìm kỳ vọng và phương sai của**:

   a. 3X.

µ(3X) =3 µX=3 * 9.5=28.5

Gọi V(3X) là phương sai của 3X, ta được:

V(3X) =3^2. V(X)=9* σ^2(X)=9*0.4^2=1.44= σ^2(3X)

Suy ra σ(3X) =căn(V(3X)) = căn (1.44)=1.2

   b. Y − X.

µ(Y - X) = µY - µX=9.5-6.8=2.7

Gọi V (Y - X) là phương sai của (Y-X), ta được:

V(Y-X) = V(X-Y) =V(X)-V(Y)= σ^2(X)- σ^2(Y)=0.4^2-0.1^2=0.15

Suy ra σ(Y-X)=căn(0.15)=0.39

   c. X +4Y.

µ(X+4Y) = µX+4 µY=9.5+4. 6.8=36.7

Gọi V(X+4Y) là phương sai của X+4Y, ta được:

V(X+4Y) =V(X) +4^2V(Y) = σ^2(X)+16*σ^2(Y) = 0.4^2+16*0.1^2 = 0.0256

Suy ra σ(X+4Y) =căn(V(X+4Y)) =căn(0.0256)=0.16

2. **Đáy của bình chứa hình trụ có diện tích 10cm2.Bình được đổ đầy đến chiều cao với kỳ vọng là 5cm, độ lệch chuẩn 0.1cm. Gọi V là thể là thể tích chất lỏng trong bình chứa. Hãy tính:**

   a.µV.

Gọi X là chiều cao trung bình của bình

Thể tích trung bình :

Vtb= µV = (diện tích đáy)*Xtb=10.5=50 cm3

b.σV.

Gọi D là phương sai của V

D(V)= D(Sđáy*X) = (Sđáy)^2*D(X)=10^2*0.1^2=1 cm5

σV= căn(D(V)) =1

3. **Tuổi thọ của một bóng đèn nhất định có kỳ vọng là 700h và độ lệch chuẩn 20h.Khi mỗi bóng đèn bị cháy, nó được thay thế bởi một cái mới. Tìm kỳ vọng và phương sai của tuổi thọ 5 bóng đèn.**

Gọi X là tuổi thọ trung bình của 1 bóng đèn ta có µX=70h , σX=20h

Tuổi thọ trung bình của 5 bóng đèn µ(5X)=5* µX=5*70=350

Gọi V là phương sai của5X, ta được:

V(5X) =5^V(X)=5^2* σ^2(X)=25*=10000 (h)

Suy ra σ(5X) =căn (V(5X)) = căn (10000) =100 h

4. **Hai điện trở với điện trở kháng R1 và R2,và được mắc nối tiếp.Điện trở kháng R cho bởi R=R1+R2.Biết rằng R1 có kỳ vọng 50Ω,phương sai 5Ω và R2 có kỳ vọng 100Ω,phương sai 10Ω.**

Đề bài cho µ(R1) = 50 ôm, σ (R2) = 5 ôm

μ(R2) = 100 ôm, σ (R2) = 10 ôm

a. Tìm μR.

μR= μ(R1+R2) = μR1+ μR2=50+100=150

b. Biết rằng R1 và R2 độc lập, tìm σR.

Gọi V là phương sai của R, ta được:

VR= V(R1+R2) = VR1+ VR2= σ^2(R1) + σ^2(R2) =125

Suy ra σR=căn(VR)= căn (125) =11,18 ôm

5. Một mẫu ván ép được tạo thành từ 5 lớp. Các lớp được chọn ngẫu nhiên với độ dày là kỳ vọng 0.125 in, phương sai 0.005 in.

a. Tìm kỳ vọng của độ dày một mẫu ván ép.

Gọi X là độ dày trung bình của mỗi lớp, ta có μX=0.125 in, σX=0.005 in

Độ dày trung bình của mẫu ván ép: μ(5X) =5* μX=5*0.125=0.625 in

b. Tìm phương sai của độ dày của mẫu ván ép.

Gọi V là phương sai của độ dày của mẫu ván ép, ta được:

V(5X) =5^2* VX=5^2* σ^2(X)=25*0.005^2=6.25*10 ^ (-4) in

Suy ra σ(5X) =căn(V(5X)) =0.025 in

6. Hai phép đo độc lập được làm dựa trên thời gian sống của 1 hạt Mezon lạ. Mỗi phép đo có độ lệch chuẩn 7 * 10^{-15s}. Tuổi thọ của hạt Mezon được xác định bằng giá trị trung bình của 2 phép đo. Hỏi độ lệch chuẩn của phép đánh giá này là bao nhiêu?

Mỗi lần đo có độ lệch chuẩn σ=7x10-15s

Gọi X là tuổi thọ của hạt Mezon dựa trên 2 phép đánh giá

Độ lệch chuẩn của phép đánh giá này : σX= σ/căn 2 =4.95 *10-15s

7. Nồng độ của 1 chất tan trong dung dịch được xác định dựa vào số mol chất tan trên 1 lít dung dịch (1 mol = $6,02.10^{23}$ nguyên tử). Nếu * là nồng độ của dung dịch $MgCl_2$, Y là nồng độ dung dịch $FeCl_3$. Nồng độ của Ion Cl^- trong 2 dung dịch $MgCl_2$ và $FeCl_3$ được cho bởi M=X+1.5Y. Biết rằng * có kỳ vọng 0.125, và độ lệch chuẩn 0.05, và Y có kỳ vọng 0.35, và độ lệch chuẩn 0.1.

a. Tìm µM.

µM= µ(X+1.5Y) = µX+1.5 µY=0.125+0.35*1.5=0.65

b. Biết * và Y độc lập. Tìm σM.

Gọi V là phương sai của M, ta được:

VM= V(X+1.5Y) = VX+1.5^2* VY= σ^2(X)+1.5^2* σ^2(Y)=0.025

Suy ra độ lệch chuẩn của M là σM=căn(VM)=căn (0.025) = 0.158

8. Một chiếc máy đổ đầy các hộp giấy cứng bằng ngũ cốc, với khối lượng mỗi hộp có kỳ vọng là 12.02 oz, với độ lệch chuẩn là 0.03 oz. Một trường hợp lấy ngẫu nhiên một mẫu gồm 12 hộp từ đầu ra của máy.

a. Tìm kì vọng của khối lượng ngũ cốc trong trường hợp trên.

khối lượng trung bình của 12 hộp ngũ cốc µ(12X)=12 µ(X)=12*144.24 oz

b. Tìm độ lệch chuẩn của tổng khối lượng ngũ cốc trong trường hợp trên.

Gọi V là phương sai khối lượng trung bình của 12 hộp ngũ cốc,ta được:

V(12X)=12^2*V(X)=12* σ^2(X)=12*0.0108 oz2

Suy ra σ(12X)=căn(V(12X))=căn (0.0108)=0.104 oz

c. Tìm kỳ vọng của khối lượng trung bình ngũ cốc mỗi hộp trong trường hợp trên.

Kỳ vọng khối luong trung bình của mỗi hộp ngũ cốc μ(Xtb)= μ=12.02 oz

d. Tìm độ lệch chuẩn của kỳ vọng khối lượng ngũ cốc trong mỗi hộp thuộc trường hợp trên.

Độ lệch chuẩn khối luong trung bình của mỗi hộp ngũ cốc σ(Xtb)= σ(X)/căn 12 =0.03/căn 12=0.0087

e. Cần có bao nhiều hộp để xảy ra trường hợp độ lệch chuẩn của kỳ vọng khối lượng trung bình mỗi hộp là 0.005 oz?

Số hộp N= σX/0.005=0.03/0.005=6 (hộp)

9. Bốn bề của một khung ảnh gồm hai miếng được chọn với kỳ vọng của độ dài là 30cm và độ lệch chuẩn là 0.1cm, hai miếng tiếp theo được chọn có kỳ vọng của độ dài là 45cm và độ lệch chuẩn là 0.3cm.

a. Tìm kỳ vọng của chu vi.

Gọi P là chu vi bức tranh thì P=(X+Y)*2

E là kỳ vọng của P thì E(P)=2*E(X+Y)=2*[E(X)+E(Y)]=2*(45+30)=150 cm

b. Giả sử là 4 miếng được chọn độc lập, tìm độ lệch chuẩn của chu vi.

Gọi V là phương sai của P thì V(P)=V(2*(X + Y))=4*V(X)+4*V(Y)=4* σ^2(X)+4* σ^2(Y)=0.4 cm2

Suy ra độ lệch chuẩn của chu vi σP=căn(V(P))=căn(0.4)=0.632

10. Một trạm xăng thu được 2.6$ từ lợi nhuận trên mỗi gallon xăng thường được bán, 2.75$ cho mỗi gallon của loại trung bình và 2.9$ cho mỗi gallon loại cao cấp. Đặt X_1, X_2 và X_3 lần lượt là số lượng gallon loại thường, loại trung bình và loại cao cấp được bán trong một ngày. Giả sử rằng X_1, X_2 và X_3 có kỳ vọng μ1 =

1500,
$\mu 2$ = 500, và $\mu 3$ = 300, và độ lệch chuẩn $\sigma 1$ = 180, $\sigma 2$ = 90, và $\sigma 3$ = 40 tương ứng.

a. Tìm kỳ vọng của lợi nhuận mỗi ngày.

Thu nhập trung bình trong 1 ngày của trạm ga =2.6 µ1+2.75 µ2+2.9 µ3=2.6*1500+2.75*500+2.9*300=6145 $

b. Giả sử rằng X_1, X_2 và X_3 đọc lập, tìm độ lệch chuẩn của lợi nhuận mỗi ngày.

Gọi V là kỳ vọng của thu nhập hàng ngày của trạm gas thì
V=V(2.6*X1+2.75*X2+2.9*X3)=2.6^2*V(X1)+2.75^2*V(X2)+2.9^2*V(X3) =6.76*V(X1)+7.5625*V(X2)+8.41*V(X3) (*)

Trong đó; V(X1)= σ1^2=180^2=32400

V(X2)= σ2^2=90^2=8100

V(X3)= σ3^2=40^2=1600

Chương 4:

4.3

11. Một nhà vi sinh vật muốn ước tính mật độ của một loại vi khuẩn có trong một mẫu nước thải. Cô ấy đặt 0,5 ml mẫu nước thải trên kính hiển vi và đếm có 39 vi khuẩn. Ước tính mật độ của vi khuẩn trong mỗi ml nước thải này, và xác định tính bất định trong ước tính

Ta có: 0,5 ml mẫu nước thải ---> 39 vi khuẩn

1ml mẫu nước thải ---> ?

Ước tính trong 1ml mẫu nước thải có : $\frac{1}{0,5}.39$ =78 vi khuẩn

Tính bất định của ước tính là ước tính tỷ lệ độ bất định là 39.

12. Hai thứ nguyện của phương pháp poison. Số lượng cây của mỗi loài xác định trong một khu rừng là một phân phối poisson với kỳ vọng

10 cây trên một mẫu. Số lượng cây trong T mẫu là một phân phối Poisson với trung bình 10T cây:

a. Tính xác suất có đúng 18 cây trong 2 mẫu

2 mẫu có 18 cây: -1 mẫu 10 cây , 1 mẫu 8 cây

-2 mẫu 9 cây

Xác suất là

$$P = \frac{10^8.e^{-10}}{8!}.\frac{10^{10}.e^{-10}}{10!}.2 + \frac{10^9.e^{-10}}{9!}.\frac{10^9.e^{-10}}{9!} = 0.044$$

b. Tính xác suất có đúng 12 cây trong một vùng đất với bán kính tròn 100ft. (1 mẫu= 43,560 ft2)

xác suất có đúng 12 cây trong một vùng đất với bán kính tròn 100ft. (1 mẫu= 43,560 ft2)

$$P = \left(\frac{12}{100/43,56}.\frac{1}{10}\right)^{\frac{100}{43,56}} = 0,225$$

c. Số lượng cây các loại cây khác nhau tuần theo một phân phối Poisson với trung bình λ cây trên 1 mẫu, λ chưa biết. Có 5 cây đếm được trong 0.1 mẫu vuông, ước tính λ và xác định tính bất định trong ước tính

Có 5 cây đếm được trong 0.1 mẫu vuông

Có 50 cây trên 1 mẫu vuông.

Ước tính $\lambda = 10.5 = 50$

Tính bất định của ước tính là ước tính tỷ lệ độ bất định là 45

13. Số lượng linh kiện lỗi được sản xuất bởi một quy trình nhất định trong một ngày có phân phối Poisson là kỳ vọng 20 linh kiện. Mỗi linh kiện lỗi có xác suất sửa chữa được là 60%.

a. Tìm xác suất có đúng 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất.

Số lượng linh kiện lỗi được sản xuất bởi một quy trình nhất định trong một ngày có phân phối Poisson là kỳ vọng 20 linh kiện.

Xác suất có đúng 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất là:

$$P = \frac{20^{15}.e^{-20}}{15!} = 0,0516$$

b. Cho rằng chính xác 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất, tìm xác suất 10 trong số chúng có thể sửa chữa được.

Cho rằng chính xác 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất.

Xác suất linh kiện lỗi sửa được là 0,6.

Xác suất 10 trong số chúng có thể sửa chữa được là:

$$P = C_{15}^{10}.0,6^{10}.0,4^{5} = 0,186$$

c. Gọi N là số các linh kiện lỗi được sản xuất, và * là số linh kiện sửa chữa được. Với giá trị của N, phân phối của * là gì?

N là số linh kiện lỗi được sản xuất. X là số linh kiện lỗi sửa được thì phân phối của X là phân phối nhị thức X~B(N;0.6)

d. Tìm xác suất 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất, mà có chính xác 10 linh kiện sửa chữa được.

Xác suất 15 linh kiện bị lỗi được sản xuất, mà có chính xác 10 linh kiện sửa chữa được.nên còn lại 5 sản phẩm có thể không sửa được.

$$P = 0,4^{5} = 0,01024$$

14. Xác suất một khối lượng phóng xạ xác định không phát xạ các hạt trong một phút là 0,1353. Tính số hạt được phát xạ trong mỗi phút.

Xác suất phát xạ trong mỗi phút là p= 1-0,1353= 0,8647

Giả sử có một khối lượng M có N hạt phát xạ .

Số hạt được phát xạ trong 1 phút

n=0,8647N

15. Số vết nứt của một loại gỗ xác định tuân theo một phân phối Poisson với tỷ lệ 0.45 trên một mét chiều dài

a. Tính xác suất một tấm gỗ dài 3m không có vết nứt nào.

Số vết nứt của một loại gỗ xác định tuân theo một phân phối Poisson với tỷ lệ 0.45 trên một mét chiều dài.

Xác suất tấm gỗ dài 3m không có vết nứt nào là

$$P=\frac{0,45^0.e^{-0,45}}{0!}.\frac{0,45^0.e^{-0,45}}{0!}.\frac{0,45^0.e^{-0,45}}{0!}=0,259$$

b. Miếng gỗ phải dài bao nhiêu để sác xuất không có vết nứt nào là 0.5?

Để miếng gỗ không có vết nứt nào với xác suất 0,5 thì nó phải dài l (m)

$$P=\left(\frac{0,45^0.e^{-0,45}}{0!}\right)^l=(e)^{-0,45.l}=0,5$$

$$\Rightarrow l=\frac{\ln(0,5)}{-0,45}=1.54(m)$$

16. Bà đang cố gắng tạo một công thức mới cho bánh mì nho khô. Mỗi mẻ bánh bà làm ba cái bánh, mỗi cái bánh gồm 20 lát bánh mì.

a. Nếu bà đặt 100 hạt nho khô vào một đấu bột, tính xác suất một lát bánh mì ngẫu nhiên không chứa nho khô?

Ta có : 60 lát bánh có 100 hạt nho.

Số hạt nho trung bình trong mỗi lát bánh là 100/60 =5/3

Xác suất lấy ngẫu nhiên 1 lát không có nho khô là

$$P=\frac{1}{20}.\frac{(5/3)^0.e^{-5/3}}{0!}=0,00944$$

b. Nếu bà đặt 200 nho khô vào một lô bột, tính xác suất một chiếc bánh mì ngẫu nhiên chứa 5 hạt nho khô?

Ta có: 60 lát bánh có 200 hạt nho

Số hạt nho trung bình mỗi lát bánh là 200/60=10/3

Xác suất 1 lát bánh ngẫu nhiên có 5 hạt nho là

$$P = \frac{1}{20}.\frac{(10/3)^5.e^{-10/3}}{5!} = 0,00612$$

c. Bà phải cho vào bao nhiêu nho khô để xác xuất một lát ngẫu nhiên không có nho khô là 0,01?

xác xuất một lát ngẫu nhiên không có nho khô là 0,01

$$P = \frac{1}{20}.\frac{(a/60)^0.e^{-a/60}}{0!} = 0,01$$

$$\Rightarrow e^{-a/60} = 0,2$$

$$\Rightarrow a = \ln(0,2).(-60) = 97$$

17. Mẹ và Bà, mỗi người đang nướng bánh quy sô-cô-la chip. Mỗi người cho bạn hai cái, 2 cái của mẹ một cái 14 và 11 chip sô-cô-la và của bà có 6 và 8 chip sô-cô-la.

a. Ước tính số lượng chip sô-cô-la trung bình trong một cái bánh của mẹ.

2 cái của mẹ một cái 14 và 11 chip sô-cô-la.
Ước tính số lượng chip sô-cô-la trung bình trong một cái bánh của mẹ là:

$$\frac{14+11}{2} = 12,5$$

b. Ước tính số lượng chip sô-cô-la trung bình trong một cái bánh của bà.

2 cái của mẹ một cái 6 và 8 chip sô-cô-la.
Ước tính số lượng chip sô-cô-la trung bình trong một cái bánh của bà là :

$$\frac{6+8}{2} = 7$$

c. Xác định khoảng bất định trong ước lượng bánh của mẹ.

khoảng bất định trong ước lượng bánh của mẹ là : $12,5 \pm 1,5$
Nằm trong khoảng (11;14).

d. Xác định khoảng bất định trong ước lượng bánh của bà.

khoảng bất định trong ước lượng bánh của bà là : 7 ± 1
Nằm trong khoảng (6;8)

e. Ước lượng số lượng chip sô-cô-la trung bình trong một cái của mẹ với của bà. Và tìm khoảng bất định của ước lượng trên.

Khoảng bất định trong ước tính là: (6;14)

18. Bạn nhận được một khối phóng xã đã được điều chỉnh sao cho trung bình phát ra ít nhất 1 hạt/s. Nếu tỉ lệ phân rã nhỏ hơn 1 hạt/s, bạn sẽ gửi trả lại để lấy lại tiền. Đặt * là số lần phân rã đếm được trong 10s.

a. Nếu tỉ lệ phân rã đúng 1 hạt/s (vậy đảm bảo yêu cầu nhưng chỉ vừa đủ), Tính P (X ≤ 1).

Nếu kì vọng số hạt phân rã trong 10s là Lamda=10 hạt

P(X≤1)=P(X=0)+P(X=1)=e^(-10)*(1+10)=0.0005

b. Dựa trên đáp án câu a, nếu tỉ lệ phân rã là 1hạt/1s, thì một biến cố trong 10s sẽ có số lượng hạt nhỏ bất thường không?

Dựa trên đáp án câu a, nếu tỉ lệ phân rã là 1hạt/1s, thì một biến cố trong 10s sẽ có số lượng hạt nhỏ bất thường.

c. Nếu bạn đếm 1 biến cố phân rã diễn ra trong 10s, thì biến cố này có là chứng cứ thuyết phục để sản phẩm đó được trả lại không? Giải thích.

Biến cố 1 hạt trong 10s:

P(X=1)=e^(-10)*(10^1)/1!=0,00045

Vì xác suất rất nhỏ nên không phải là chứng cứ thuyết phục để trả sản phẩm lại được.

d. Nếu tỉ lệ phân rã đúng 1hạt/1s, Tính P (X ≤ 8).

P(X≤8)=sigma(0→8) (e^-10)*(10^X)/X!=0.333

e. Dựa trên đáp án câu d, thì tám biến cố trong 10s sẽ có số lượng hạt nhỏ hơn không?

Dựa trên đáp án câu d, thì tám biến cố trong 10s sẽ có số lượng hạt nhỏ hơn

f. Nếu bạn đếm 8 biến cố phân rã diễn ra trong 10s, thì những biến cố này có là chứng cứ thuyết phục để sản phẩm đó được trả lại không? Giải thích.

Nếu đếm 8 biến cố phân rã diễn ra trong 10s, thì những biến cố này là chứng cứ thuyết phục để sản phẩm đó được trả lại vì

P(1≤X≤8)=sigma(1→8) (e^-10)*(10^X)/X!=0.333 khá lớn.

19. Một người cho rằng một dung dịch huyền phủ phải có ít nhất 7 hạt/ml. Bạn lấy một mẫu 1ml dung dịch. * là số hạt trong mẫu:

a. Nếu trung bình có đúng 7 hạt/ml dung dịch (vậy đảm bảo yêu cầu nhưng chỉ vừa đủ), Tính P (X ≤ 1).

Ta có kì vọng lamda hạt/ml = 7

P(X≤1)= P(X=0)+P(X=1)=e^(-7)*(1+7)=0.0073

b. Dựa trên đáp án câu a, nếu một dung dịch huyền phù có 7 hạt/ml, thì 1 hạt trong 1ml có là số lượng hạt nhỏ bất thường không?

Dựa trên đáp án câu a, nếu một dung dịch huyền phù có 7 hạt/ml, thì 1 hạt trong 1ml là số lượng hạt nhỏ bất thường

c. Nếu bạn đếm được một hạt trong mẫu, Thì biến cố này có là chứng cứ thuyết phục để xác nhận này là sai không? Giải thích.

Không vì xác suất khá nhỏ P(X=1)=0.0064

d. Nếu trung bình có đúng 7 hạt/ml dung dịch (vậy đảm bảo yêu cầu nhưng chỉ vừa đủ), Tính P (X ≤ 6).

P(X≤6)= sigma(0→6) (e^-7)*(7^X)/X!=0.45

e. **Dựa trên đáp án câu a, nếu một dung dịch huyền phù có 7 hạt/ml, thì 6 hạt trong 1ml có là số lượng hạt nhỏ bất thường không?**

Dựa trên đáp án câu d, nếu một dung dịch huyền phù có 7 hạt/ml, thì từ 0→6 hạt trong 1ml là số lượng hạt nhỏ bình thường.

f. **Nếu bạn đếm được 6 hạt trong mẫu, Thì biến cố này có là chứng cứ thuyết phục để xác nhận này là sai không? Giải thích.**

Nếu đếm được 6 hạt trong mẫu, Thì biến cố này không là chứng cứ thuyết phục để xác nhận này là sai. Vì P(X=6)=0.15 cũng khá nhỏ.

20. Một nhà vật lý muốn ước tính tỷ lệ phát thải cả hạt alpha từ một nguồn xác định. Ông đã thực hiện 2 lần đếm. Đầu tiên, Ông đo lường tỷ lệ bằng cách đếm số hạt trong 100s khi không có nguồn. Ông đếm được 36 phát xạ nền. Sau đó, với nguồn hiện tại, ông ấy đếm được 324 phát xạ trong 100s. Giá trị này là tổng lượng phát xa của nguồn và nền.

a. **Ước tính tỉ lệ của bức xạ nền trong 1s, và tính khoảng bất định của ước tính**
b. **Ước tính tổng của tỉ lệ bức xạ nền và nguồn trong 1s, và tính khoảng bất định của ước tính**
c. **Ước tính tỉ lệ của bức xạ nguồn trong 1s, và tính khoảng bất định của ước tính**
d. **Nhân tố ảnh hưởng tới sự nhỏ hơn của khoảng bất định trong ước tính bức xạ của nguồn: (1) đếm bức xạ nền chỉ trong 150s và bức xạ nguồn và nên trong 150s, hay (2) là đếm số lượng bức xạ nền trong 100s và bức xạ nguồn và nền trong 200s? Tính khoảng bất định trong mỗi trường hợp trên.**
e. **Có thể được không nếu cải thiện khoảng bất định còn 0.03 hạt trên giây khi tỉ lệ bức xạ nền này đo được chỉ trong 100 giây? Nếu được, thì cần bao lâu để bức xạ nguồn và nên để đo xong. Nếu không, giải thích tại sao?**

21. Không biết ví dụ 4.27

Chương 5:

5.2

12. Trong 150 khách hàng ngẫu nhiên của một dịch vụ cung cấp internet tốc độ cao, 63 người nói rằng dịch vụ mạng của họ bị gián đoạn khoảng một hoặc nhiều hơn một lần trong những tháng vừa qua.

a. Tìm khoảng tin cậy cho 95% tỷ lệ khách hàng, mà dịch vụ của họ bị gián đoạn khoảng một hoặc nhiều hơn một lần trong những tháng vừa qua.

Gọi p là tỉ lệ khách hàng than phiền rằng dịch vụ mạng của họ bị gián đoạn khoảng một hoặc nhiều hơn một lần trong những tháng vừa qua.

Các đặc trưng của mẫu: n=150; $f = \frac{63}{150} = 0,42$

Độ tin cậy 1-alpha =0,95 $\Rightarrow$phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0,475 \Rightarrow z_a = 1,96$ (tra bảng)

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{1,96\sqrt{0,42(1-0,42)}}{\sqrt{150}} = 0,079$

$\Rightarrow$ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,341;0,499)=(34,1%;49,9%)

b. Tìm khoảng tin cậy cho 99% tỷ lệ khách hàng, mà dịch vụ của họ bị gián đoạn khoảng một hoặc nhiều hơn một lần trong những ng vừa qua.

Tương tự a, n=150; $f = \frac{63}{150} = 0,42$

Độ tin cậy 1-alpha =0,99 $\Rightarrow$phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0,495 \Rightarrow z_a = 2,58$

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{2,58\sqrt{0,42(1-0,42)}}{\sqrt{150}} = 0,104$

$\Rightarrow$ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,316;0,524)=(31,6%;52,4%)

c. **Tìm không gian mẫu cho 95% khoảng tin cậy để xác định tỷ lệ với sai lệch ±0.05**.

Ta có f= 0,42; epsilon= 0,05 khi đó $n=\left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right]+1=\frac{1,96.0,42(1-0,42)}{0,05^2}=191$

Vậy kích thước không gian mẫu là khoảng 191.

d. Tìm không gian mẫu cho 99% khoảng tin cậy để xác định tỷ lệ với sai lệch ±0.05.

Ta có f= 0,42; epsilon= 0,05 khi đó $n=\left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right]+1=\frac{2,58.0,42(1-0,42)}{0,05^2}=251$

Vậy kích thước không gian mẫu là khoảng 251.

13. Một nhà xã hội học tổ chức điều tra khảo sát những người làm việc công việc liên quan đến máy tính để xác định tỷ lệ của những người đã thay đổi việc làm trong những năm qua.

a. Trong trường hợp không có số liệu sơ bộ, thì độ lớn của không gian mẫu là bao nhiêu để đảm bảo là 95% khoảng tin cậy được xác định tỷ lệ với sai lệch ±0.05.

Khoảng tin cậy 95% có $z_a=1,96$

Ta có $n=\left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right]+1$ $=\frac{1,96.0,5(1-0,5)}{0,05^2}=196$.

Vậy độ lớn không gian mẫu là n = 196.

b. Trong một mẫu gồm 100 công nhân, 20 người có chuyển đổi công việc trong những năm vừa qua. Xác định 95% khoảng tin cậy cho những người đã thay đổi công việc trong những năm qua.

Gọi p là tỉ lệ người chuyển đổi công việc trong những năm vừa qua.

Các đặc trưng của mẫu: n=100; $f = \frac{20}{100} = 0,2$

Độ tin cậy 1-alpha =0,95 $\Rightarrow$phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0,475 \Rightarrow z_a = 1,96$

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{1,96\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{100}} = 0,0784$

$\Rightarrow$ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,1216;0,2784)=(12,16%;27,84%)

c. Dựa trên dữ liệu câu b, ước tính kích thước không gian mẫu cần thiết để 95% khoảng tin cậy được xác định với tỷ lệ sai lệch ±0.05.

Ta có f=0,2; epsilon=0,05 khi đó $n = \left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right] + 1 = \frac{1,96.0,2(1-0,2)}{0,05^2} = 125$

Vậy kích thước không gian mẫu là khoảng 125.

14. Thép không rỉ có thể dễ bị ăn mòn bởi ứng suất, một kỹ sư vật liệu quan tâm đến việc xác định tỷ lệ hợp kim thép bị hư hại do ứng suất nứt ăn mòn.

a. Trong trường hợp không có số liệu sơ bộ, thì độ lớn của không gian mẫu là bao nhiêu để đảm bảo là 98% khoảng tin cậy được xác định tỷ lệ với sai lệch ±0.05.

Khoảng tin cậy 98% có $z_a = 2,33$

Ta có $n = \left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right] + 1 = \frac{2,33.0,5(1-0,5)}{0,05^2} = 233$.

Vậy độ lớn không gian mẫu là n = 233.

b. Trong 200 mẫu bị hư, 30 trong số chúng bị hư bởi ứng suất nứt ăn mòn. Xác định 98% khoảng tin cậy cho tỷ lệ hư hỏng bởi ứng suất nứt ăn mòn.

Gọi p là tỉ lệ tỉ lệ hư hỏng bởi ứng suất nứt ăn mòn.

Các đặc trưng của mẫu: n=200; $f = \frac{30}{200} = 0{,}15$

Độ tin cậy 1-alpha =0,98 ⇒phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0{,}49 \Rightarrow z_a = 2{,}33$

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}33\sqrt{0{,}15(1-0{,}15)}}{\sqrt{200}} = 0{,}0588$

⇒ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,0912;0,2088)=(9,12%;20,88%)

c. Dựa trên dữ liệu câu b, ước tính kích thước không gian mẫu cần thiết để 98% khoảng tin cậy được xác định với tỷ lệ sai lệch ±0.05.

Ta có f=0,15, epsilon= 0,05 khi đó $n = \left[\frac{z_a{}^2 f(1-f)}{epsilon^2}\right] + 1 = \frac{1{,}96.0{,}15(1-0{,}15)}{0{,}05^2} = 100$

Vậy kích thước không gian mẫu là khoảng 100.

d. Thép không rỉ có thể dễ bị ăn mòn bởi ứng suất, một kỹ sư vật liệu quan tâm đến việc xác định tỷ lệ hợp kim thép bị hư hại do ứng suất nứt ăn mòn.

15. Đối với các dự án xử lí ô nhiễm môi trường để thành công, cần phải có sự hỗ trợ từ phía cộng đồng. Theo một tờ báo, báo cáo kết quả của việc khảo sát cử tri Scotland khi được hỏi rằng họ có sẵn sàng chi chả một khoảng thuế để khôi phục khu rừng Affric không? Hơn 189 người trả lời thì có 61 người nói họ sẽ chi chả.

a. Giả sử 189 cử tri đã tham gia khảo sát là một mẫu ngẫu nhiên, xác định 90% khoảng tin cậy cho tỷ lệ cử tri sẽ chi chả một khoảng thuế để khôi phục khu rừng Affric.

Gọi p là tỉ lệ cử tri sẽ chi trả một khoản thuế để khôi phục khu rừng Affric.

Các đặc trưng của mẫu: n=189; $f = \frac{61}{189} = 0,322$

Độ tin cậy 1-alpha =0,9 $\Rightarrow$phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0,45 \Rightarrow z_a = 1,65$ (tra bảng)

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{1,65\sqrt{0,322(1-0,322)}}{\sqrt{189}} = 0,056$

$\Rightarrow$ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,266;0,378)=(26,6%;37,8%)

b. Có bao nhiêu cử tri cân được lấy mẫu để xác định với 90% độ tin cây và tỷ lệ sai lệch là ±0.03.

Ta có: f=0,322, epsilon= 0,03 khi đó

$$n = \left[\frac{z_a^{\ 2} f(1-f)}{epsilon^2}\right] + 1 == \frac{1,65.0,322(1-0,322)}{0,03^2} = 400 .$$

Vậy có khoảng 400 cử tri cân nhắc lấy mẫu để xác định.

c. Một cuộc khảo sát khác được lên kế hoạch, cử tri sẽ được hỏi liệu họ có sẵn sàng chi chả một khoảng thuế để khôi phục khu rừng Strathspey không? Thì không có bất kì ước tính cho tỷ lệ này là có sẵn. Xác định ứớc lượng cho kích thước không gian mẫu cần thiết để tỷ lệ được xác định với 90% độ tin cây và tỷ lệ sai lệch là ±0.03.

Đối với rừng Strathspey, ta có

f=0,322, epsilon= 0,03 khi đó $n = \left[\frac{z_a^{\ 2} f(1-f)}{epsilon^2}\right] + 1 == \frac{1,65.0,5(1-0,5)}{0,03^2} = 458 .$

Vậy có khoảng 458 cử tri trả lời.

16. Một nhà phân tích thị trường chứng khoán thông báo rằng trong một năm xác định, giá cổ phiếu của IBM sẽ tăng 131 trong tổng số 252 ngày giao dịch. Những dữ liệu này có thể được sử dụng để xác định 95% khoảng tin cậy cho tỷ lệ ngày mà IBM tăng cổ phiếu không? Giải thích.

Gọi p là tỉ lệ ngày mà IBM tăng cổ phiếu.

Các đặc trưng của mẫu: n=252; $f = \frac{131}{252} = 0,512$

Độ tin cậy 1-alpha =0,95 $\Rightarrow$phi $(z_a) = \frac{(1-alpha)}{2} = 0,475 \Rightarrow z_a = 1,96$

Độ chính xác của ước lượng: epsilon=$\frac{z_a\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{1,96\sqrt{0,512(1-0,512)}}{\sqrt{252}} = 0,0617$

$\Rightarrow$ Khoảng tin cậy cho p: (f-epsilon;f+epsilon)=(0,266;0,378)=(26,6%;37,8%)

5.3

12. Các chất hoá học có hoạt tính bề mặt, chẳng hạn như các chất tẩy rửa, nó có chức năng là làm giảm sức căng bề mặt của chất lỏng. Các chất hoạt tính bề mặt đóng vai trò quan trọng trong việc làm sạch đất bị ô nhiễm. Trong một thí nghiệm xác định hiểu quả của phương pháp loại bỏ Toluen trong cát, cát được rửa với chất hoạt tính bề mặt. Và sau đó rửa nhẹ nhàng cát với nước không chức các ion. Quan tâm đến lượng Toluen thu được trong quá trình rửa nhẹ. Trong 5 thí nghiệm, lượng Toluen bị loại bỏ trong chu trình rửa được biểu thị bởi tỷ lệ phần trăm so với tổng lượng Toluen trong mẫu ban đầu: 5.0, 4.8, 9.0, 10.0, và 7.3. Xác định tỷ lệ phần trăm Toluen được loại bỏ trong quá trình rửa nhẹ với độ tin cậy là 95%. (Bài tập này được dựa theo một bài viết)

Gọi X là tỷ lệ phần trăm Toluen bị loại bỏ trong quá trình rửa nhẹ

X_{tb} = (5+4,8+9+10+7,3)/5=7,22(%)

Độ tin cậy gama=95% nên alpha = 0,05; alpha/2 = 0,025

Tra bảng ta có $Z_{alpha/2}$ = 2,776

$X^2_{tb} = (5^2+4,8^2+9^2+10^2+7,3^2)/5 = 56,466$

Xichma mũ = $X^2_{tb} - (X_{tb})^2 = 4,3376$

Vậy muy = $X_{tb\ +(-)}\ Z_{alpha/2}$. Xichma mũ/sqrt(n-1)=7,22 + (-) 2,776.4,3376/2 = 7,22 +(-) 6,02 (%)

13. 12 mẫu nước được lấy từ một nguồn đặc biệt với nồng độ chì là 12.5 μg/l và độ lệch chuẩn là 2.0 μg/l. Xác định nồng độ chì của nước trong nguồn trên với độ tin cây là 95%.

Gọi X là nồng độ chì của nước trong nguồn

X_{tb}=12,5

Ta có xíchma^2=2 suy ra xichsma = sqrt(2)

Gama = 0,95 suy ra alpha=0,05,alpha/2=0,025

Tra bảng ta có $Z_{alpha/2}$=2,201

Muy = X_{tb} +(-) $Z_{alpha/2}$. Xichma /sqrt(n) = 12,5 +(-) 2,201.sqrt(2)/sqrt(12) = 12,5 +(-) 0,899

5.4

12. Trong một nghiên cứu về hiệu quả của việc làm lạnh với độ cứng của các mối hàn, 50 mối hàn được làm lạnh với tốc độ 10^o C/s có độ cứng Rockwell (B) trung bình là 91.1 và có độ lệch chuẩn là 6.23, và 40 mối hàn được làm lạnh với tốc độ 30^o C/s, có độ cứnng Rockwell (B) trung bình là 90.7 và độ lệch chuẩn là 4.34. Mười mối hàn nữa được làm để tăng thêm độ chính xác cho khoảng tin cậy. trường hợp nào sẽ làm tăng độ chính xác cho khoảng tin cây nhiều nhất? 10 mối hàn làm lạnh 10^o C/s, 10 mối hàn làm lạnh 30^o C/s, 5 mối hàn làm lạnh 10^o C/s và 5 mối hàn làm lạnh 30^o C/s. Giải thích

Gỉa sử cả 3 TH đều có độ tin cậy 99% suy ra alpha =0,01,alpha/2=0,005

Tra bảng ta có $Z_{alpha/2}$=2,576

TH1:10 mối hàn 10^o C/s

Độ cứng Rockwell (B) trung bình là (60.91,1+40.90,7)/100=90,94

Độ lệch chuẩn trung bình là $xichma^2$= (60.6,23+40.4,34)/100=5,474

Suy ra: muy = 90,94 +(-) 2,756.2,34/10=90,94 +(-) 0,645 (1)

TH2:10 mối hàn 30^o C/s

Độ cứng Rockwell (B) trung bình là (50.91,1+50.90,7)/100=90.9

Độ lệch chuẩn trung bình là $xichma^2$= (50.6,23+50.4,34)/100=5.285

Suy ra: muy = 90,9 +(-) 2,756.2,299/10=90.9 +(-) 0,634 (2)

TH2: 5 mối hàn 10^o C/s ,5 mối hàn 30^o C/s

Độ cứng Rockwell (B) trung bình là (55.91,1+45.90,7)/100=90.92

Độ lệch chuẩn trung bình là $xichma^2$= (55.6,23+45.4,34)/100=5.3795

Suy ra: muy = 90,92 +(-) 2,756.2.3194/10=90,92 +(-) 0,639 (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra TH2 làm tăng độ chính xác cho khoảng tin cậy nhiều nhất do độ chênh lệch ít nhất

13. **Một bài viết đưa ra kết quả của một công trình nghiên cứu về thói quen ngủ của một số lượng lớn đối tượng. Trong một mẫu gồm 87 trẻ vị thành niên, Thời gian trung bình họ giành cho việc nằm trên giường (kể cả ngủ và thức) là 7.7 giờ, với độ lệch chuẩn là 1.02 giờ, và thời gian giành để ngủ là 7.06, với độ lệch chuẩn là 1.11. Kỳ vọng của ước tính thời gian thức khi nằm trên giường sẽ là 7.7 - 7.06 = 0.64. Có thể không nếu ước tính thời gian thức trên giường có độ tin cậy là 95%? Nếu vậy, hãy xây dựng độ tin cây cho ước tính trên. Nếu không hãy giải thích tại sao không.**

Gama = 0,95 suy ra alpha = 0,05;alpha/2 = 0,025

Tra bảng ta có $Z_{alpha/2}$= 1,96

Kỳ vọng của thời gian cả ngủ lẫn thức là:

Muy=7,7 +(-) 1,96.1,02/sqrt(87) = 7,7 +(-) 0,214 = (7,486 ; 7,914)

Kỳ vọng của thời gian ngủ là:

Muy=7,06 +(-) 1,96.1,11/sqrt(87) = 7,06 +(-) 0,233 = (6,827 ; 7,293)

Suy ra kỳ vọng của thời gian thức nằm trong khoảng (0,621 ; 0,659) là hợp lý.

Vậy thời gian thức trên giường có độ tin cậy 95%

Độ tin cậy của thời gian thức trên giường là: 0,64 +(-) 0,019

14. Theo một bài viết mô tả nồng độ Ion Amoni [NH_4^+] (mg/l) của một số lượng lớn giếng thuộc bang Lowa. Gồm có 349 giếng phù xa và 143 giếng cấp 4. Nồng độ trung bình của giếng phù xa là 0.27 với độ lệch chuẩn là 0.4, và nồng độ trung bình của giếng cấp 4 là 1.62 với độ lệch chuẩn là 1.7. Xác định sự khác nhau giữa kỳ vọng của nồng độ giữa hai loại giếng với độ tin cậy là 95%

Gama = 0,95 suy ra alpha = 0,05;alpha/2 = 0,025

Tra bảng ta có $Z_{alpha/2}$= 1,96

Muy(giếng phù sa)=0,27 +(-) 1,96.0,2/sqrt(349)=0,27 +(-) 0,021

Vậy kỳ vọng của nồng độ ion Amoni của giếng phù sa trong khoảng (0,249;0,291)

Muy(giếng cấp 4)=1,62 +(-) 1,96.sqrt(1,7)/sqrt(143)=1,62 +(-) 0,214

Vậy kỳ vọng của nồng độ ion Amoni của giếng cấp 4 trong khoảng (1,406;1,834)

Do đó ta có thể thấy sự khác biệt lớn giữa kỳ vọng của nồng độ ion Amoni trong giếng phù sa và giếng cấp 4.Giếng phù sa thì nồng độ nhỏ hơn rất nhiều lần

1. **Một trạm dịch vụ có 2 khu vực tự phục vụ và được phục vụ toàn phần. Tại mỗi khu vực có một lượng gia tăng không kiểm soát được với 2 đại lượng. Gọi * biểu thị sự gia tăng số lượng khách đang sử dụng khu vực tự phục vụ tại một thời gian cụ thể, Và Y biểu thị sựgia tăng số lượng khách đang sử dụng dịch vụ toàn phần tại cùng thời điểm đó. Hàm**

$p(x, y)$		y 0	1	2
	0	.10	.04	.02
x	1	.08	.20	.06
	2	.06	.14	.30

mật độ chung của * và Y được thể hiện trong các bảng biểu như bên dưới:

a. P (X=1 và Y=1) là gì?

P (X=1 và Y=1) là xác suất để số lượng khách gia tăng ở hai khu vực đều bằng 1

b.Tính P (X≤1 và Y≤1).

P (X≤1 và Y≤1)= 0.1+0.04+0.08+0.20=0.42

c. Cho biến cố (X≠0 và Y ≠0), tính xác suất của biến cố này.

P (X≠0 và Y ≠0)=0.08+0.06+0.04+0.2+0.14+0.02+0.06+0.30=0.9

d.Tính hàm mật độ lề của * và Y, dùng $p_x(x)$, P(X≤1) là gì?

X,Y	0	1	2	P^X
0	0.10	0.04	0.02	0.16
1	0.08	0.20	0.06	0.34

2	0.06	0.14	0.30	0.5
P^Y	0.24	0.38	0.38	1

P(X≤1)=0.16

2. **Khi một chiếc ô tô bị chặn lại bởi một đội cơ động kiểm soát độ an toàn, mỗi lốp xe được kiểm tra bề mặt, và mỗi đèn pha được kiểm tra để xem liệu nó có được sử dụng hợp lí hay không. Cho * là số của đèn pha mà cần điều chỉnh và Y biểu thị số lượng lốp xe có bề mặt bị lỗi.**
   a. **Nếu * và Y độc lập với $p_x(0)$ =0.5, $p_x(1)$ = 0.3, $p_x(2)$ = 0.2 và $p_y(0)$ = 0.6, $p_y(1)$ = 0.1, $p_y(2)$ = $p_y(3)$ = 0.5, $p_y(4)$ = 0.2. Hãy thể hiện các giá trị pmf của (X, Y) vào bảng phân phối xác suất.**

X,Y	0	1	2	
0	0.3	0.18	0.12	0.6
1	0.05	0.03	0.02	0.1
2	0.025	0.015	0.01	0.05
3	0.025	0.015	0.01	0.05
4	0.1	0.06	0.04	0.2
	0.5	0.3	0.2	1

   b. **Tính P (X≤1 và Y≤1) từ bảng phân phối xác suất, và so sánh nó có bằng với P (X≤1). P (Y≤1) không?**

P (X≤1 và Y≤1) =0.3+0.18+0.05+0.03=0.56

P (X≤1). P (Y≤1) =0.8*0.7=0.56

   c. **P (X+Y) =1 là gì? (xác suất không vi phạm).**

P (X+Y=0) =0.3

   d. **Tính P(X+Y≤1).**

P(X+Y≤1)=0.3+0.18+0.05=0.53

3. Một thị trường có cả hai dòng thanh toán nhanh và dòng thanh toán siêu nhanh. X_1 biểu thị số. lượng khách hàng trong dòng thanh toán nhanh tại một thời gian cụ thể trong ngày, và X_2 là số lượng khách hàng trong dòng thanh toán siêu nhanh tại cùng thời điểm. Giả sử mối tương quan hàm mật độ của X_1 và X_2 được cho như trong bảng biểu bên dưới:

		x_2			
		0	1	2	3
	0	.08	.07	.04	.00
	1	.06	.15	.05	.04
x_1	2	.05	.04	.10	.06
	3	.00	.03	.04	.07
	4	.00	.01	.05	.06

a. **P (X_1=1, X_2=1) là gì đó có phải là xác suất có đúng một khách hàng trong mỗi dòng không**?

P (X_1=1, X_2=1) là gì đó có phải là xác suất có đúng một khách hàng trong mỗi dòng.

b. P(X_1=X_2) là gì đó có phải là xác suất khách hangfthanh toán trong mỗi dòng giống hệt nhau không?

P(X_1=X_2) là gì đó có phải là xác suất khách hàng thanh toán trong mỗi dòng giống hệt nhau.

c. Gọi A là biến cố có ít nhất 2 hay nhiều khách hàng trong dòng thanh toán này hơn dòng thanh toán kia, điều kiên của X_1, X_2 thể hiện trong A, hãy tính xác suất của A.

P(A)=0.04+0.00+0.04+0.08+0.08+0.07+0.00+0.01+0.05=0.37

d. Xác suất tổng khách hàng của 2 dòng đúng bằng 4 là bao nhiêu? Ít nhất bằng 4 là bao nhiêu?

C: "tổng số khách hàng cả hai dòng bằng 4 "

P(C)=0.04+0.1+0.03+0.0=0.17

e. . Xác định hàm mật độ lề của X_1, và sau đó tính toán số lượng dự kiến của khách hàng trong dòng lúc thanh toán nhanh.

f. Xác định hàm mật độ lề của X_2.

e+f:

X_1,X_2	0	1	2	3	P^{X1}
0	0.08	0.07	0.04	0.00	0.19
1	0.06	0.15	0.05	0.04	0.30
2	0.05	0.04	0.1	0.06	0.25
3	0.00	0.03	0.04	0.07	0.14
4	0.00	0.01	0.05	0.06	0.12
P^{X2}	0.19	0.30	0.28	0.23	1

g. Qua sự kiểm tra các xác suất P (X_1=4), p (X_2=0) và P (X_1=4, X_2=0), vậy X_1, X2 có độc lập ngẫu nhiên không? Tại sao?

P(X_1=4). P (X_2=0) =0.12x0.19=0.0228

P (X_1=4, X_2=0) =0

Vậy X_1 và X_2 không độc lập.

4. Theo số liệu của Công ty Mars Candy, trong thời gian hoạt động dài hạn, tỷ lệ phần trăm các màu sắc khác nhau của loại kẹo Socolate sữa M&M là như sau:

Xanh da trời:	Cam:	Xanh lá cây:	Vàng:	Đỏ:	Nâu:
24%	**20%**	**16%**	**14%**	**13%**	**13%**

a. Lấy ngẫu nhiên 12 viên kẹo, tính xác suất để mỗi màu sắc có 2 viên.

P(A)=0.24x0.24+0.2x0.2+0.16x0.16+0.14x0.14+0.13x0.13+0.13x013 =0.1766

b. Lấy ngẫu nhiên 6 viên kẹo, tính xác suất có ít nhất 1 máu sắc không có trong đó.

P(B)=1-0.24x0.2x0.16x0.14x0.13x0.13=0.999

c. Lấy ngẫu nhiên 10 viên kẹo, tính xác suất có đúng 3 viên màu xanh và 2 viên màu cam.

$P(C) = (0.24)^3 * (0.2)^2 *(0.16+0.14+0.13+0.13)^5=3.05*10^{-5}$

d. Lấy ngẫu nhiên 10 viên kẹo, tính xác suất có ít nhất 3 viên màu cam ([Gợi ý: Hãy suy nghĩ của một kẹo màu cam như một thành công và có các màu khác như một sự thất bại.]

e. Lấy ngẫu nhiên 10 viên kẹo, tính xác suất có ít nhất 7 trong số đó hoặc là màu xanh da trời và cam hoặc xanh lá cây và cam?

5. Số lượng khách hàng chờ đợi cho dịch vụ gói quà tại một cửa hàng là một đại lượng * với các giá trị tại 0, 1, 2, 3, 4 và xác suất tương ứng 0,1; 0,2; 0,3; 0,25. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng có 1, 2, hoặc 3 xuất gói quà với xác suất 0,6; 0,3 và 0,1 tương ứng. Cho Y biểu thị tổng số lượng món quà được gói của các khách hàng đang chờ đợi trong hàng (giả định rằng số lượng các gói quà của một khách hang này là độc lập với số lượng quà của bất kỳ khách hàng khác).

a. Xác định P(X=3,Y=3),đó có phải là p(3,3)

b. Xác định p(4,11)

6. Cho * là số của máy ảnh kỹ thuật số Canon được bán ra trong một tuần tại một số cửa hàng nhất định nào đó. Hàm mật độ của * được cho bên dưới:

x	0	1	2	3	4
$p_X(x)$	.1	.2	.3	.25	.15

Sáu mươi phần trăm của tất cả các khách hàng mua các máy ảnh cũng mua một bảo hành mở rộng .Cho Y là số lượng người mua một bảo hành mở rộng trong tuần này

a. Xác xuất P(X=4,Y=2) là gì [Gợi ý: xác suất này bằng P(Y=2/X=4).P(X=4),giờ hãy nghĩ thử nghiệm có 4 xuất mua như 4 phân phối nhị thức với thành công về một thử nghiệm tương ứng để mua một bảo hành mở rộng]

X	0	1	2	3	4
P	0.1	0.2	0.3	0.25	0.15

Y	1	2	3
P	0.6	0.3	0.1

b. Tính P(X=Y).

P(X=3,Y=3)=0.25x0.1=0.025= p(3,3)

c. Xác định hàm mật độ chung của * và Y,sau đó tìm hàm mật độ lề của Y.

p(4,11)=0

7. Các phân phối xác suất chung của * (số lượng xe ô tô) và Y (số lượng xe buýt) trên mỗi chu kỳ tín hiệu tại một làn đường rẽ trái được thể

$p(x, y)$		y = 0	1	2
x	0	.025	.015	.010
	1	.050	.030	.020
	2	.125	.075	.050
	3	.150	.090	.060
	4	.100	.060	.040
	5	.050	.030	.020

hiện theo bảng xác suất bên dưới:

Tính xác suất có chính xác 1 xe ô tô và chính xác một xe buýt trong một chu kỳ đèn?

a. **Tính xác suất có cao nhất 1 xe ô tô và cao nhất 1 xe buýt trong 1 chu kỳ đèn?**

P(A)=0.03

b. **Tính xác suất có chính xác 1 xe ô tô trong 1 chu kỳ đèn và chính xác 1 xe buýt trong 1 chu kỳ đèn**.

P(B)=0.025+0.015+0.05+0.03=0.12

c. **Gỉa sử làn đường rẽ trái có khả năng cho 5 xê ô tô, và 1 xe buýt bằng 3 xe ô tô. Tính xác suất để làn đường đầy xe trong 1 chu kỳ đèn?**

P(C1)=0.05+0.03+0.02=0.10

P(C2)=0.015+0.030+0.075+0.090+0.060+0.030=0.3

d. X và Y có độc lập không? Tại sao?

P(D)=(0.15+0.090+0.060)+(0.05+0.02+0.03)+(0.05+0.02+0.03)+0.3=0.8

8. Một nhà kho hiện có 30 thành phần của một bộ phận nhất định, trong đó có 8 thành phần được cung cấp bởi nhà cung cấp 1, 10 thành phần của nhà cung cấp 2, và 12 thành phần của nhà cung cấp 3. Chọn ngẫu nhiên sáu thành phần để lắp ráp nhất định. Cho * là số lượng thành phần của nhà cung cấp của 1 được lựa chọn, Y là số lượng thành phần của nhà cung cấp 2 được lựa chọn, và p (x, y) là hàm mật độ chung của * và Y

a. P(3,2) là gì?[Gợi ý: mỗi mẫu đều có kích thước là 6 và đều có khả năng được chọn. Do đó P(3,2)=(số kết quả với * =3 và Y=2)/(tổng số kết quả). Bây giờ sử dụng sản phẩm loại trừ để tính tử số và mẫu số]

P(3,2) =(8C3*10C2*12C1)/(30C6)=0.051

b. Sử dụng lập luận của câu a thu được p(x,y)(đó có thể là phân phối siêu bội đa biến-lấy mẫu mà không cần thay thế từ một dãy hữu hạn nhiều hơn 2 loại).

9. Mỗi bánh xe trước của một chiếc xe được bơm với áp suất 26 psi. Giả sử áp lực không khí thực tế trong mỗi lốp là một đại lượng ngẫu nhiên, * cho lốp phải và Y cho lốp trái, với hàm mật độ:

$$f(x,y) = \begin{cases} K(x^2+y^2) & 20 \le x \le 30,\ \ 20 \le y \le 30 \\ 0 & \text{Khác} \end{cases}$$

a. Tính giá trị của K?

b. Tính xác suất cả 2 bánh xe đều không được bơm căng.

c. **Tính xác suất để sự chênh lệch áp suất không khí giữa 2 bánh xe cao nhất là 2 psi.**
d. **Xác định phân phối lề của áp suất trong lốp xe bên phải.**
e. **X và Y có độc lập hay không?**