BÀI TẬP LỚN *Môn : Cơ học kết cấu 2*

TÍNH KHUNG SIÊU TĨNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP LỰC

Số liệu như sau :

STT	Kích thước hình học		Tải trọng		
	L_1	L_2	q(kN/m)	P (kN)	M(kN/m)
1	10	8	40	100	120

YÊU CẦU VÀ THỨ TỰ THỰC HIỆN

1. Tính hệ siêu tĩnh do tải trọng tác dụng.

1.1. Vẽ các biểu đồ nội lực: Momen uốn M_P , lực cắt Q_P , lực dọc N_P trên hệ siêu tĩnh đã cho. Biết $F = 10J/L_1^2$ (m^2)

1.Xác định bậc siêu tĩnh và chọn hệ cơ bản.

2.Thành lập các phương trình chính tắc dạng tổng quát.

3.Xác định các hệ số và số hạng tư do của phương trình chính tắc, kiểm tra các kết quả tính toán.

4.Giải hệ phương trình chính tắc.

5.Vẽ biểu đồ mômen M_P trên hệ siêu tĩnh đã cho do tải trọng tác dụng. Kiểm tra cân bằng các nút và kiểm tra điều kiên chuyển vị.

6.Vẽ biểu đồ lực cắt Q_P và lực dọc N_P trên hệ siêu tĩnh đã cho.

1.2. Xác định chuyển vị ngang tại mặt cắt I(trọng tâm). Biết $E = 2.10^8$ kN/m^2 , $J = 10^{-6} L^4_1$ (m^4)

3. Tính hệ siêu tĩnh chịu tác dụng cả 3 nguyên nhân (Tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị gối tựa).

2.1. Viết và giải hệ phương trình chính tắc dạng số

2.2. Thứ tự thực hiện

1. Vẽ biểu đồ momen uốn M do 3 nguyên nhân đồng thời tác dụng trên hệ siêu tĩnh đã cho và kiểm tra kết quả.

2. Tính các chuyển vị như đã nêu ở mục 1.2

Biết :

-Nhiệt độ trong thanh xiên: thớ biên trên là $T_{tr} = +45^o$,thớ biên dưới là T_d $=+30^o$ -Thanh xiên có chiều cao mặt cắt h=0,12 m

-Hệ số dãn nở vì nhiệt của vật liệu

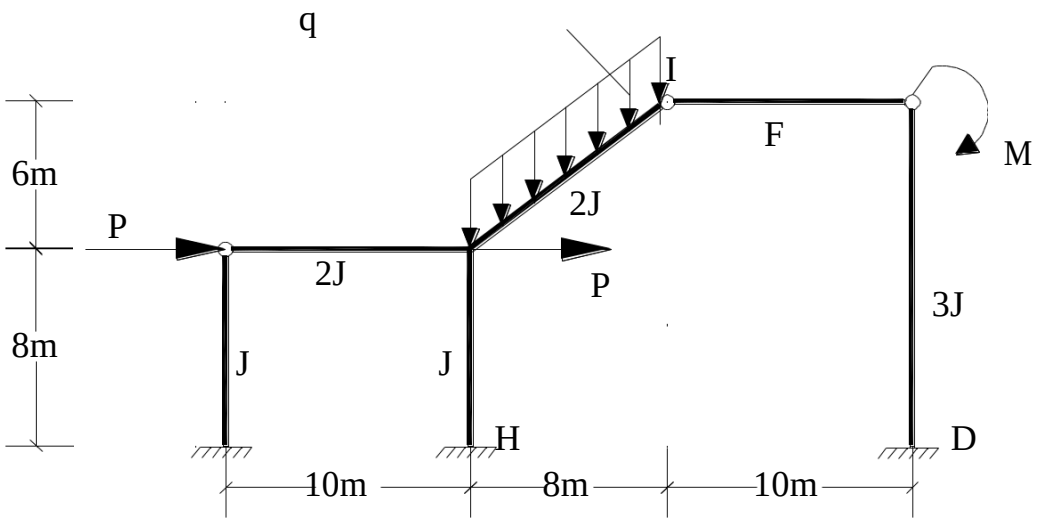
-Chuyển vị gối tựa

Gối D dịch chuyển sang phải một đoạn $\Delta_1 = 0{,}001L_1\ (m)$

Gối H bị lún xuống đoạn $\Delta_2 = 0{,}001L_2\ (m)$

BÀI TẬP LỚN *Môn : Cơ học kết cấu 2*

SƠ ĐỒ TÍNH KHUNG SIÊU TĨNH



BÀI LÀM

1.Tính hệ siêu tĩnh do tải trọng tác dụng.

1.1. Vẽ các biểu đồ nội lực: Momen uốn M_P, lực cắt Q_P, lực dọc N_P trên hệ siêu tĩnh đã cho. Biết $F = 10J/L_1^2$ (m^2).

1. Xác định bậc siêu tĩnh và chọn hệ cơ bản:

+ Xác định bậc siêu tĩnh :

Gọi n là số liên kết thừa.

Hệ kết cấu có 2 chu vi kín và 3 khớp đặt vào hệ.

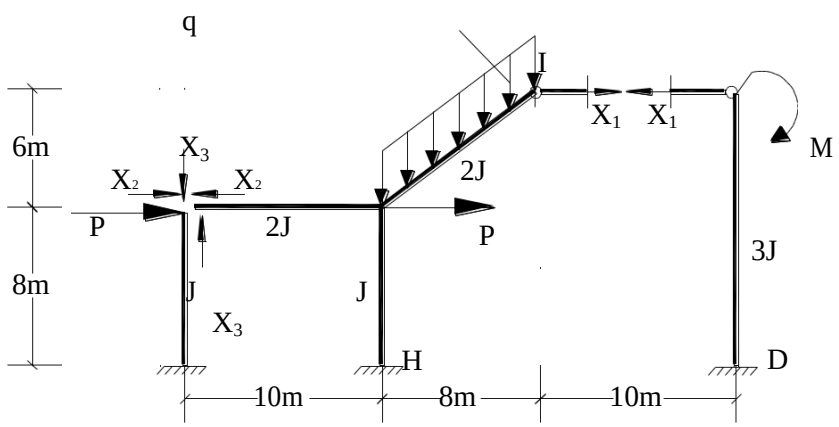
Ta có n = 3V – K trong đó : V là số chu vi kín (V = 2)

K là số khớp đặt vào hệ (K =3)

Vậy n = 3.2 – 3 = 3

Vậy đây là hệ siêu tĩnh bậc 3 .

+ Chọn hệ cơ bản:



2.Thành lập các phương trình chính tắc dạng tổng quát.

Đối với hệ có thể áp dụng nguyên lý cộng tác dụng , với những hệ này ta có thể biểu thị phương trình cơ bản . Hệ siêu tĩnh bậc n thì có n điều kiện chuyển vị.

Tại liên kết thứ i đã bỏ đi điều kiên chuyển vị là : $_i = 0$

$_i = (X_i , X_k , P , t , z) = 0$

$_{ii}$ chuyển vị theo phương X_i do X_i =1 gây ra .

$_{ik}$ chuyển vị theo phương X_i do X_k =1 gây ra .

$_{iP}$ chuyển vị theo phương X_i do P tải trọng gây ra .

$_{it}$ chuyển vị theo phương X_i do nhiệt độ gây ra .

$_{iz}$ chuyển vị theo phương X_i do độ lún gây ra .

chuyển vị theo phương X_i do độ dôi gây ra .

Vậy phương trình cơ bản thứ i có dạng như sau :

$_{ii} . X_i +$ $_{ik} . X_k +$ $_{iP} +$ $_{it} +$ $_{iz} +$ = 0 (i,k =1 n)

Với n bậc siêu tĩnh sau khi cho lần lượt i = 1 , 2 , 3 … , n ta sẽ có n phương trình cơ bản của phương pháp lực .

Hệ phương trình chính tắc dạng tổng quát của phương pháp lực có dạng như sau:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + ... + \delta_{1n} X_n + \Delta_{1P} + \Delta_{1z} + \Delta_{1t} + \Delta_{1\Delta} = 0$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + ... + \delta_{2n} X_n + \Delta_{2P} + \Delta_{2z} + \Delta_{2t} + \Delta_{2\Delta} = 0$$

……..

$$\delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \delta_{n3} X_3 + ... + \delta_{nn} X_n + \Delta_{nP} + \Delta_{nz} + \Delta_{nt} + \Delta_{n\Delta} = 0$$

Giải hệ phương trình chính tắc X_i (i = 1 n)

ii hệ số chính

ik hệ số phụ (i k)

iP , it , iz , là các số hạng tự do

Ở trường hợp này n = 3 và chỉ xét hệ siêu tĩnh do tải trọng gây ra, không có các chuyển vị do nhiệt độ, độ dôi,do gối tựa bi lún. Nên ta được các phương trình chính tắc như sau:

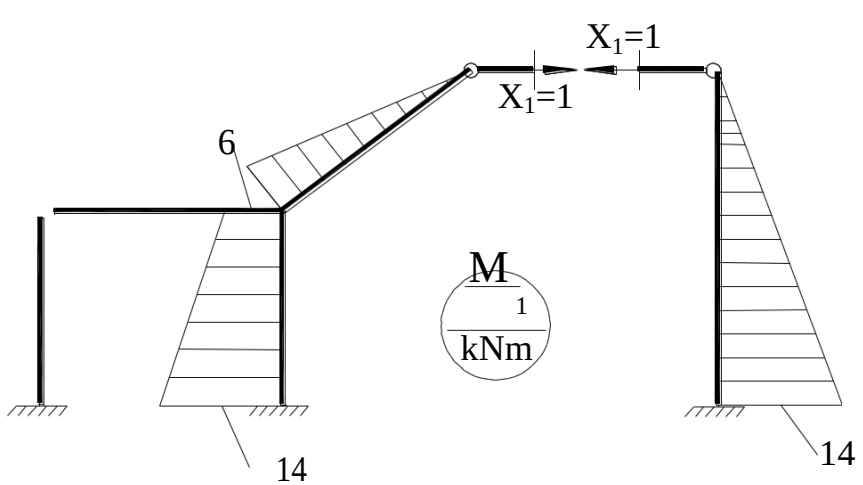
$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2P} = 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{cases}$$

3.Xác định các hệ số và số hạng tư do của phương trình chính tắc, kiểm tra các kết quả tính được .

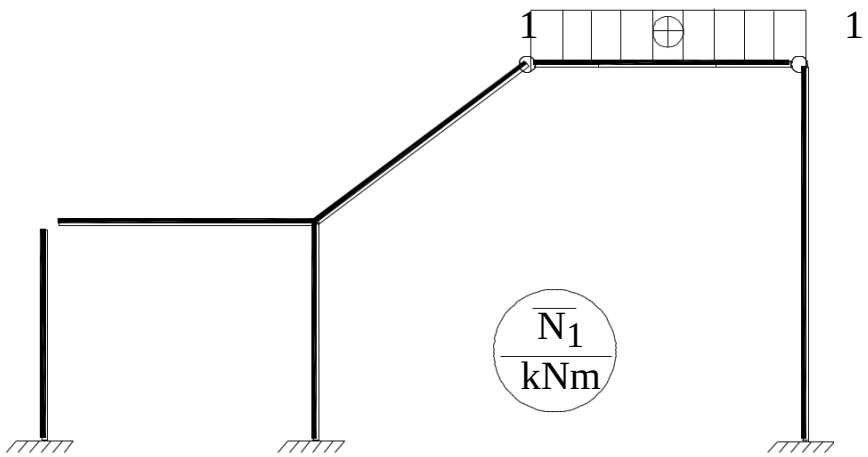
Vẽ các biểu đồ momen do các lực X_1=1, X_2=1 và X_3=1 gây ra trên hệ.

+Vẽ biểu đồ momen và lực dọc do lực X_1=1 gây ra trên hệ cơ bản:

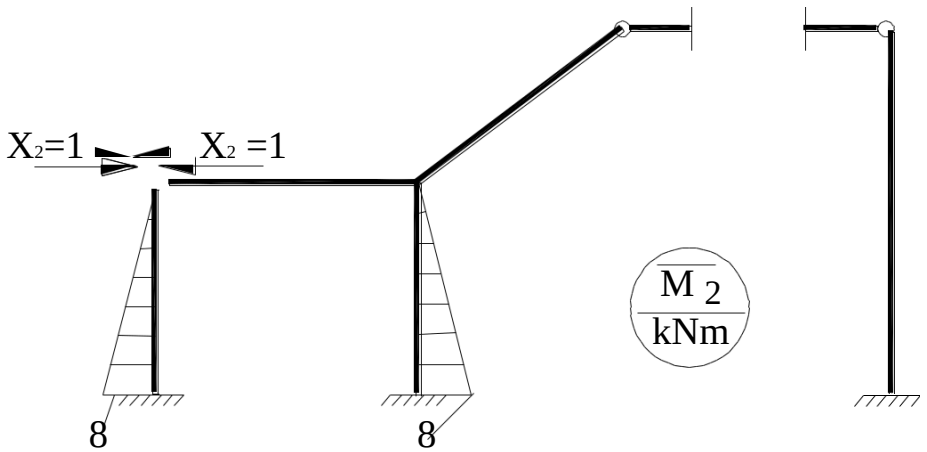
Biểu đồ momen :



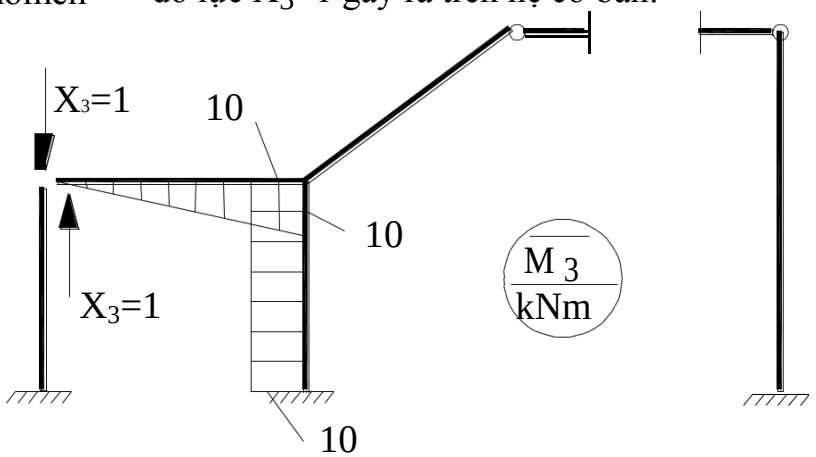
Biểu đồ lực dọc $\overline{}$:



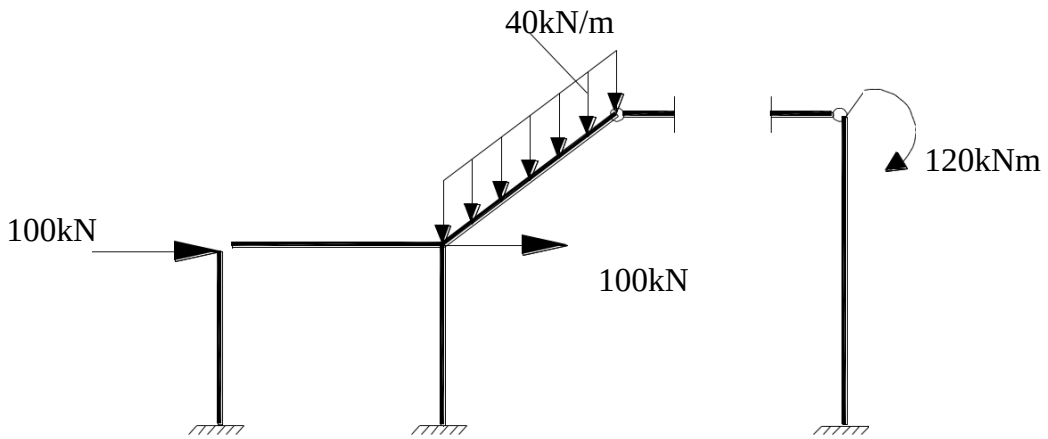
+Vẽ biểu đồ momen $\overline{}$ do lực X_2=1 gây ra trên hệ cơ bản:



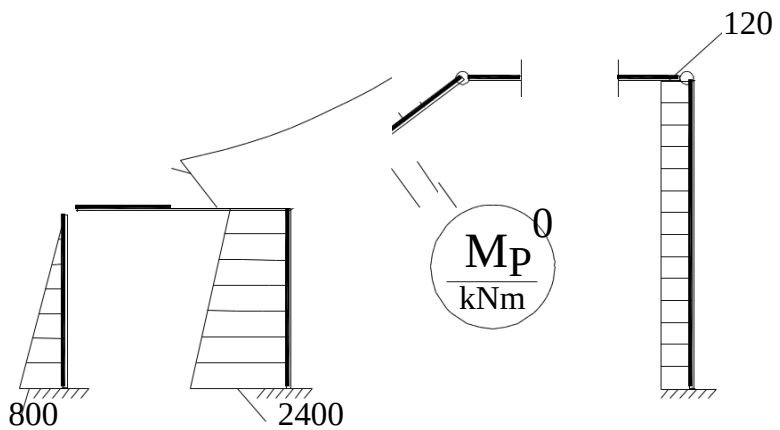
+Vẽ biểu đồ momen $\overline{}$ do lực X_3=1 gây ra trên hệ cơ bản:



+Vẽ biểu đồ momen do tải trọng q, lực P và momen M gây ra trên hệ :



Biểu đồ nội lực:



Xác định các hệ số và số hạng tự do trọng hệ phương trình chính tắc:

11 = + = (– 8.8. + 6.8 10) + –. 6.10. – .6 + –.14.14.–.14

+ .1.10.10 = +

12 = 21 = = . (– 8.8.–.8 + 6.8. – 8) =

13 = 31 = . = .8.10 =

22 = = – .8.8.–.8.2 =

23 = 32 = = – .8.8.10 =

33 = = .– 10.10. – .10 + 10.8.10 =

1P = . = – .800.8.– + 1600.8.10 + .– 1600.10.– .6

.120.14.–.14 =

2P = = –.800.8.– .8 –.800.8. –.8 1600.8.– .8) =

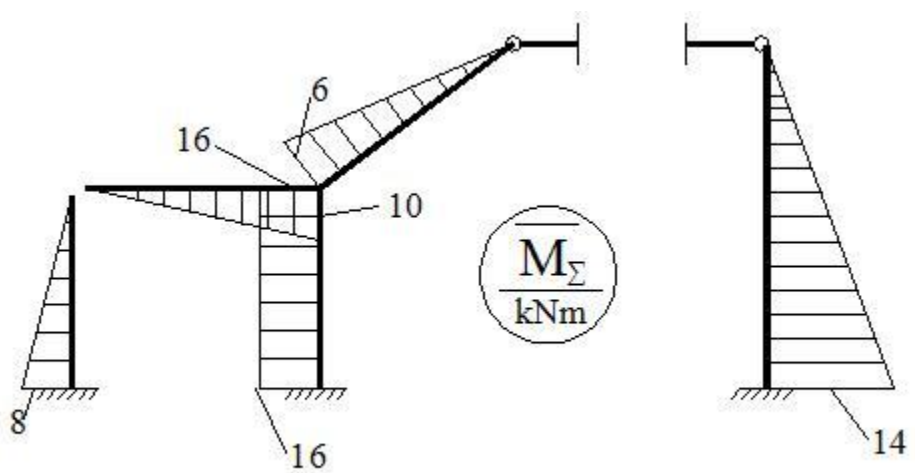
3P = . = .8.10 =

Kiểm tra các kết quả tính toán:

+ Kiêm tra các biêu đô (i=)

Ta có: Σ

Biểu đồ momen uốn tổng :



+ Kiểm tra các hệ số của ẩn số trong hệ phương trình:

- Theo hàng thứ nhất. Nhân :

=—. 16.8.10 + — – . 6.10.–.6 + — –.14.14.–.14 ——

Mặt khác ta có:

11 + 12 + 13 =—— +— —— +— = —— + — (đúng)

Chuyển vị do lực dọc gây ra là rất nhỏ so với momen nên ta coi như bằng 0

- Theo hàng thứ hai. Nhân :

=— (– 8.8. – .8 – 16.8 –.8) = ——

Mặt khác ta có:

12 + 22 + 23 = —— —— — = —— (đúng)

- Theo hàng thứ ba. Nhân :

=— – 10.10.–.10 —16.8.10 = ——

Mặt khác ta có:

13 + 23 + 33 =— — —— =—— (đúng)

+ Kiểm tra tất cả các hệ số của ẩn số:

Ta có:

Σ

= —.(– 8.8. –.8 + 16.8.16) + —.(–10.10. –.10 + –.6.10. –.6)

+ — –.14.14.–.14 = ——

Mặt khác ta có:

11 + 12 + 13 + 21 + 22 + 23 + 31 + 32 + 33 = —— —— + —

—— —— — + — — —— = ——

+ Kiểm tra tất cả các số hạng tự do do tải trọng gây lên:

Ta có:

Σ

=— – .800.8.– .8 +———— .8.16) +—— .– 1600.10.–.6

—.120.14. –.14 = ———

Mặt khác ta có:

1P + 2P + 3P = ——— ——— + ——— = ——— (đúng)

Các hệ số và số hạng tự do đã tính đúng.

4.Giải hệ phương trình chính tắc.

Thay các hệ số vừ tính được vào hệ phương trình chính tắc sau:

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

Ta được hệ phương trình sau:

——— —— — ———

{

Giải hệ phương trình chính tắc trên ta được các ẩn lực:

{

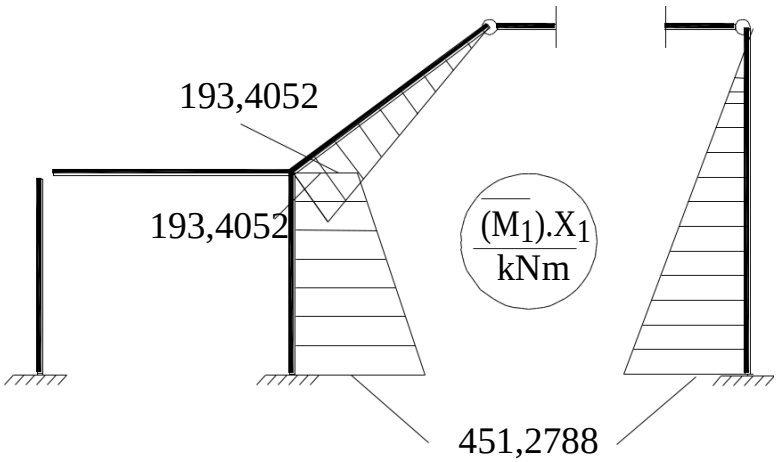
— — —— ———

5.Vẽ biểu đồ mômen trên hệ siêu tĩnh đã cho do tải trọng tác dụng M_P. Kiểm tra cân bằng các nút và kiểm tra điều kiên chuyển vị.

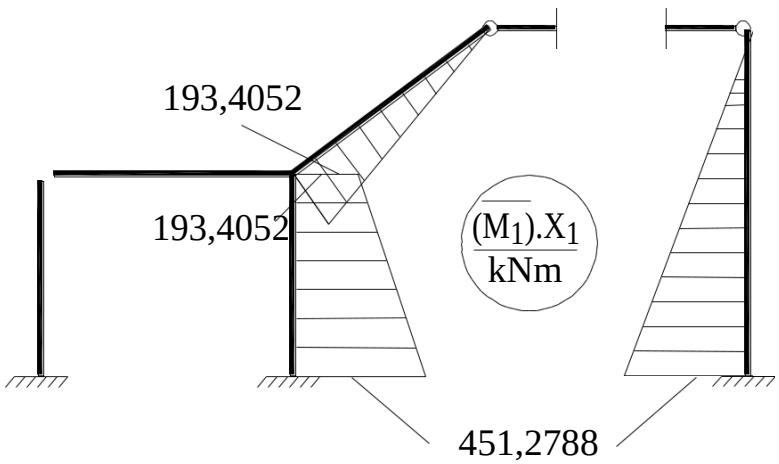
+ Vẽ biểu đồ momen trên hệ siêu tĩnh đã cho do tải trọng tác dụng M_P:

M_P = —— X_1 + —— .X_2 + —— .X_3 +

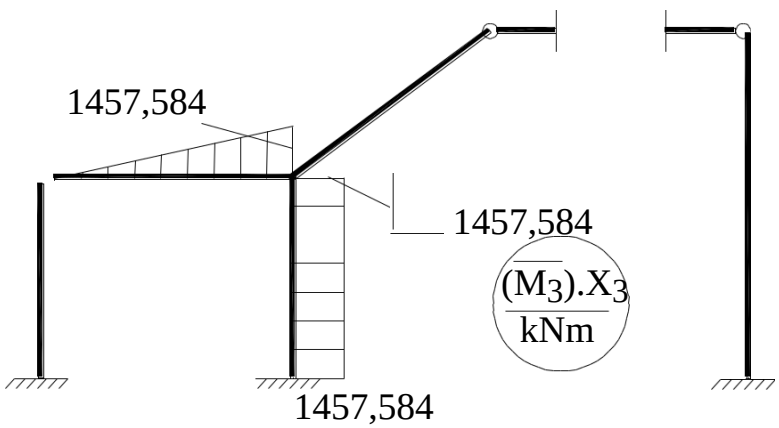
Biểu đồ $\overline{\quad}$ X_1:



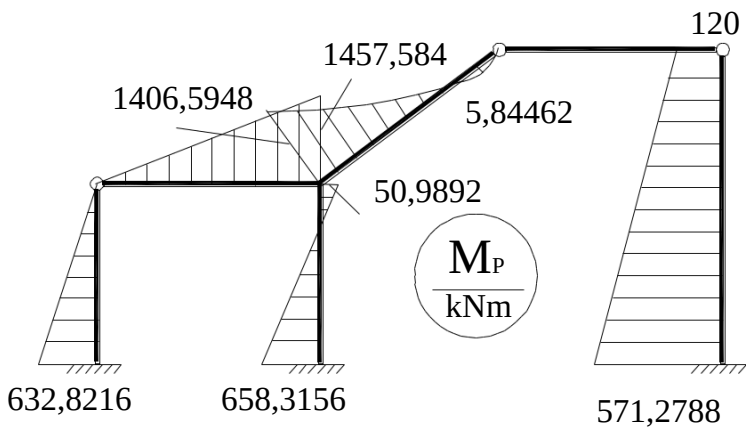
Biểu đồ $\overline{\quad}$ X_2:



Biểu đồ $\overline{\quad}$ X_3:

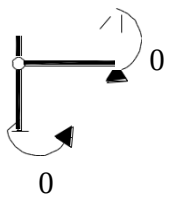


Biểu đồ momen M_P:

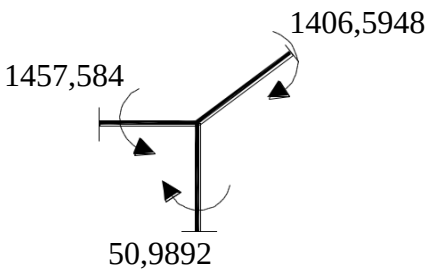


+Kiểm tra cân bằng các nút:

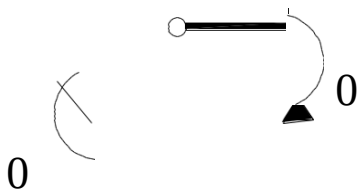
Nút 1:



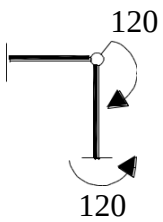
Nút 2:



Nút 3:



Nút 4:



+Kiểm tra điều kiện chuyển vị:

Ta có:

—— –.632,8216.8. –.8 –.50,9892.0,5751.16+–.658,3156.7,4249.16)

——. – 1457,584.10. –.10

+——.(———————— 4,681305) —— ———————— .0,36261

——.(–.451,2788.14. –.14+120.14. –.14)

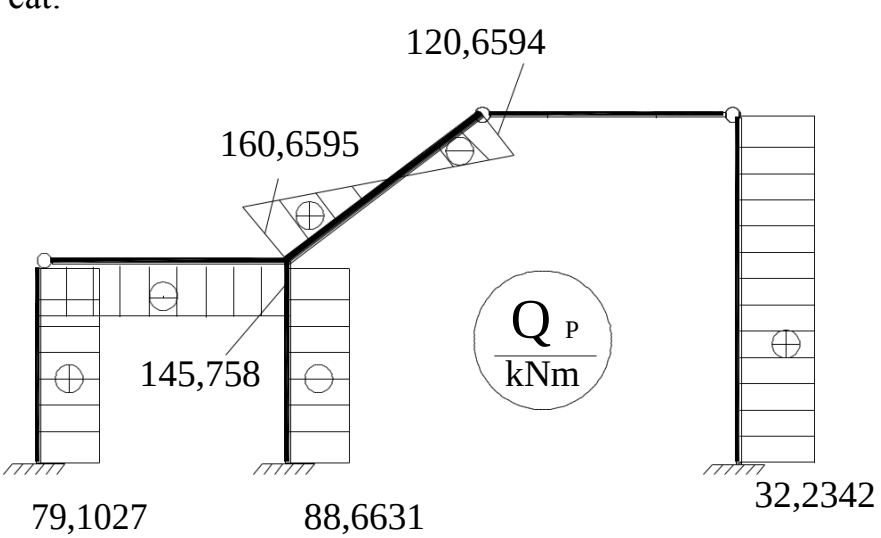
Với E = 2.10^8 kN/m^2 , J = 10^{-6} 10^4 (m^4)

Ta có:

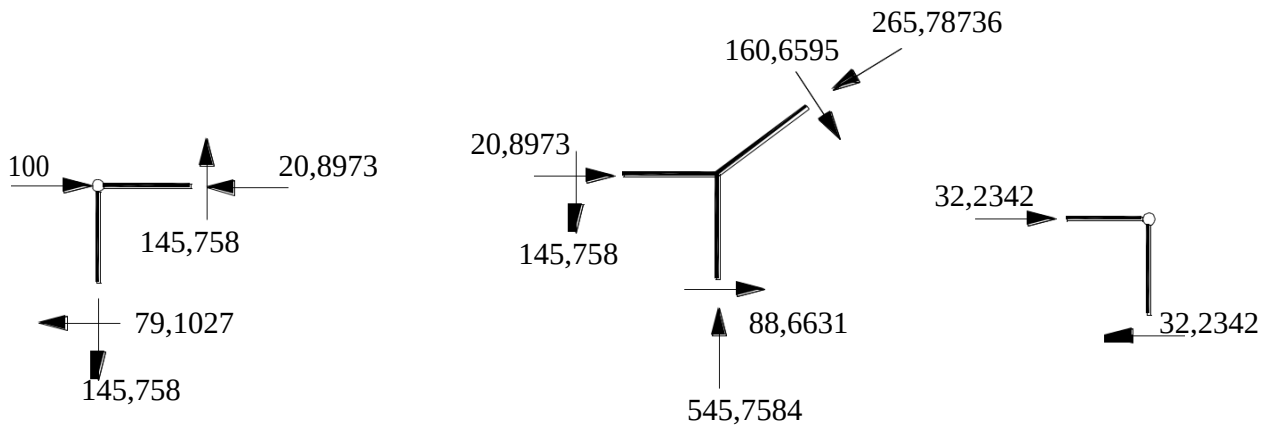
Ta thấy chuyển vị rất nhỏ nên có thể coi bằng 0 và do sai số trong tính toán gây nên. Điều đó chứng tỏ M_P vẽ đúng.

6.Vẽ biểu đồ lực cắt Q_P và lực dọc N_P trên hệ siêu tĩnh đã cho.

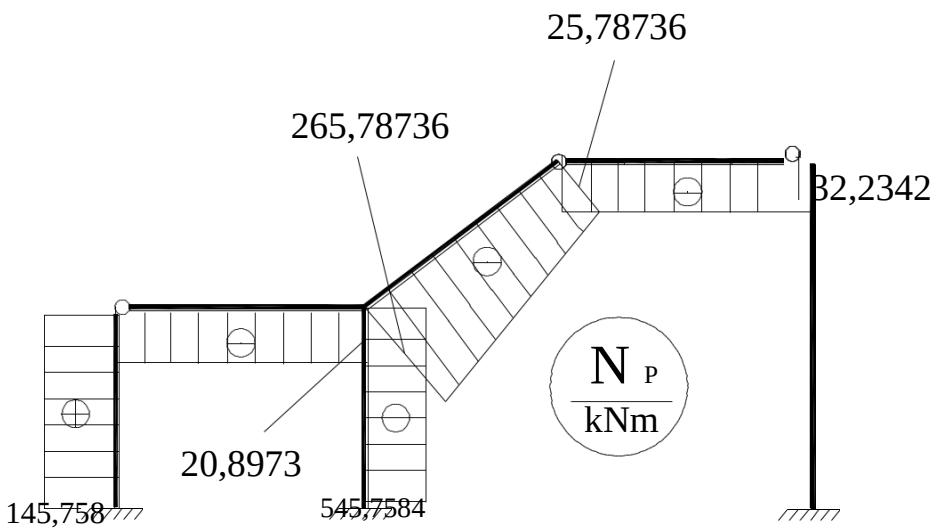
Biểu đồ lực cắt:



Tách nút:

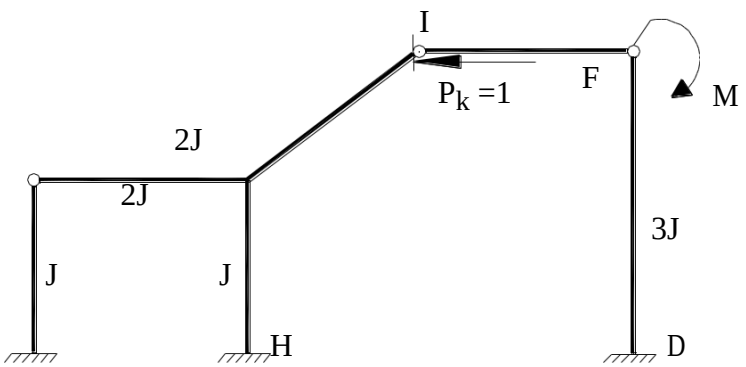


Biểu đồ lực dọc:

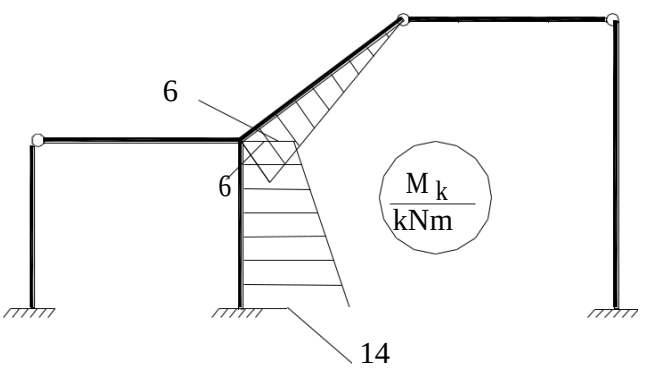


1.2. Xác định chuyển vị ngang tại mặt cắt I(trọng tâm. Biết E = 2.10^8 kN/m^2 J = 10^{-6} L$^4_1$ (m^4)

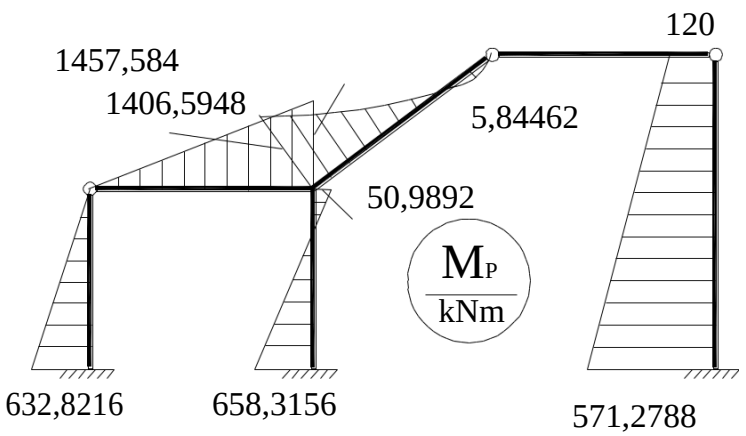
+Lập trạng thái phụ "k" và vẽ biểu đồ momen khi đặt một lực P_k=1 vào hệ tĩnh định được suy ra từ hệ siêu tĩnh (n=3)



Vẽ biểu đồ :



+Trạng thái "m" chính là nội lực và chuyển vị trong hệ cơ bản tĩnh định chịu tác dụng của các ẩn lực là biểu đồ M_P:



Chuyển vị ngang tai I:

$_{kP}$=M_P.M_k= — –.50,9892.0,58.16 – .658,3156.(– .7,42))

— .(———————— 4,68) — ————————.0,36 = 5,735.10^{-3}

Dấu " " chứng tỏ điểm I sẽ dịch chuyển sang phai một đoạn 0,5735 (cm)

2. Tính hệ siêu tĩnh chịu tác dụng cả 3 nguyên nhân (Tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị gối tựa).

2.1. Viết hệ phương trình chính tắc dạng số

Ta biết:

-Nhiệt độ trong thanh xiên: thớ biên trên là $T_{tr} = +45^o$,thớ biên dưới là $T_d = +30^o$ -Thanh xiên có chiều cao mặt cắt h=0,12 m

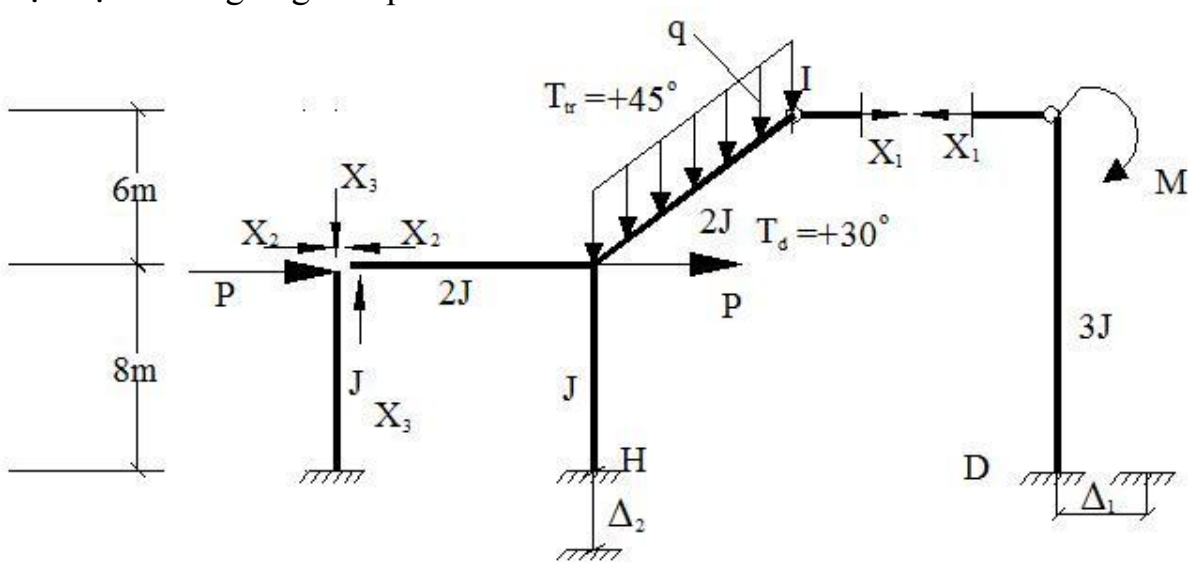
-Hệ số dãn nở vì nhiệt của vật liệu

-Chuyển vị gối tựa

Gối D dịch chuyển sang phải một đoạn $\Delta_1 = 0{,}001L_1\ (m)$

Gối H bị lún xuống đoạn $\Delta_2 = 0{,}001L_2\ (m)$

Chọn hệ cơ bản giống như phần 1:



Hệ phương trình chính tắc của hệ chịu tác dụng của cả 3 nguyên nhân tải trọng , nhiệt độ thay đổi va chuyển vị gối tựa:

$$\begin{cases} \delta_{11}.X_1 + \delta_{12}.X_2 + \delta_{13}.X_3 + \Delta_{1p} + \Delta_{1t} + \Delta_{1z} = 0 \\ \delta_{21}.X_1 + \delta_{22}.X_2 + \delta_{23}.X_3 + \Delta_{2p} + \Delta_{2t} + \Delta_{2z} = 0 \\ \delta_{31}.X_1 + \delta_{32}.X_2 + \delta_{33}.X_3 + \Delta_{3p} + \Delta_{3t} + \Delta_{3z} = 0 \end{cases}$$

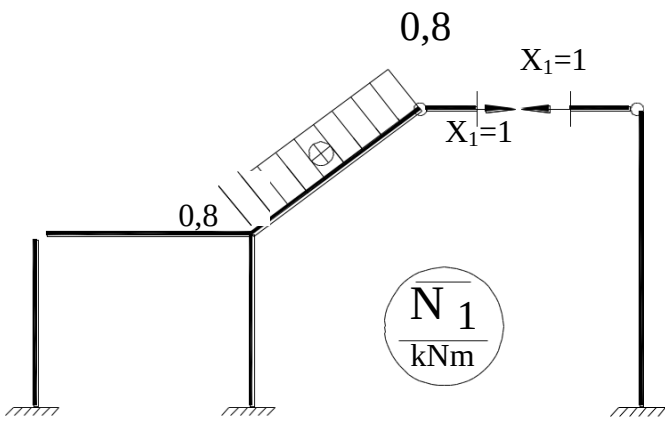
2.2. Thứ tự thực hiện

1. Vẽ biểu đồ momen uốn M do 3 nguyên nhân đồng thời tác dụng trên hệ siêu tĩnh đã cho và kiểm tra kết quả.

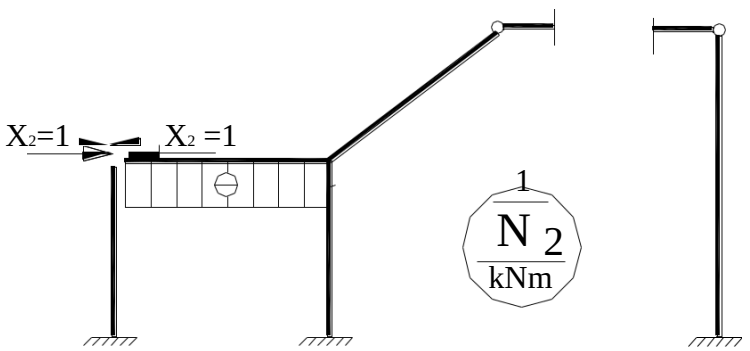
Ta tính các hệ số do tác động của nhiệt độ gây nên:

Ta có biểu đồ lực dọc:

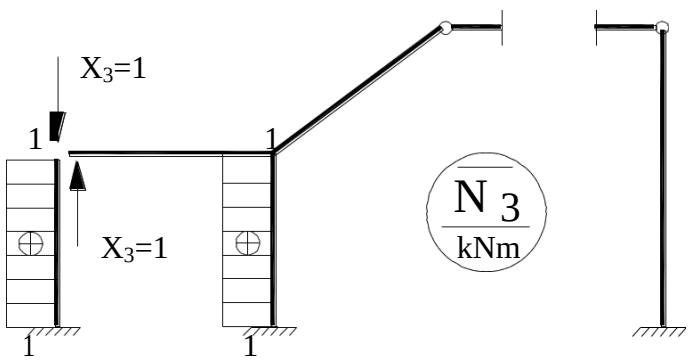
+Biểu đồ lực dọc $\overline{}$:



+Biểu đồ lực dọc $\overline{}$:



+Biểu đồ lực dọc $\overline{}$:



Sử dụng các biểu đồ M_1, M_2, M_3 ở phần 1 nên hệ số của ẩn số giống hệ phương trình ở phần 1.

Xác định các số hạng tự do của phương trình chính tắc:

$_{1P}$ = ———

$_{2P}$ = ———

$_{3P}$ = ———

$_{1t}$ = ——— = 0,0255

$_{2t}$ = $_{3t}$ = 0

X_1 làm gối D dịch chuyển sang phải một đoạn $_1$

X_3 làm gối H lún một đoạn $_2$

Vậy: $_{iz}$ =

Tích số mang dấu + do phản lực cùng chiều với chuyển vị.

$_{1z}$ = 1.0,01 = 0,01

$_{2z}$ = 1.0,008 = 0,008

Vậy ta có hệ phương trình sau:

{

Giải hệ phương trình chính tắc trên ta được các ẩn lực:

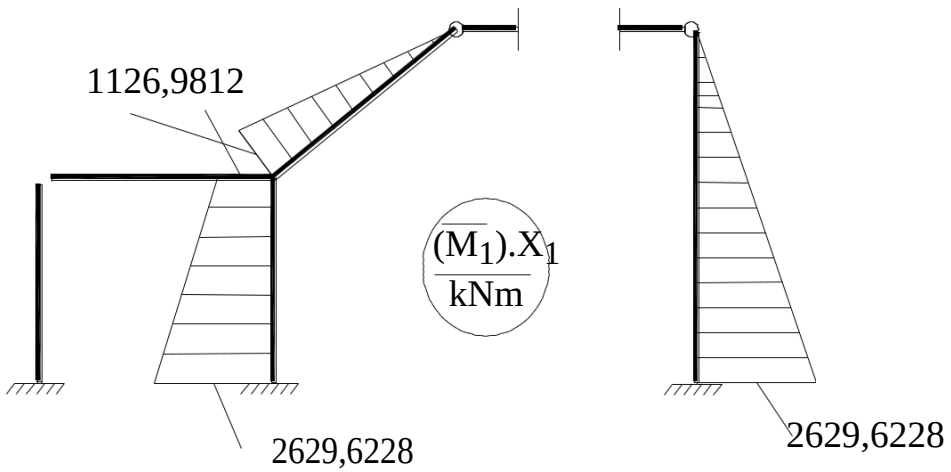
{

Vẽ biểu đồ mômen trên hệ siêu tĩnh đã cho do tải trọng , nhiệt độ và chuyển vị gối tựa gây nên M_P.

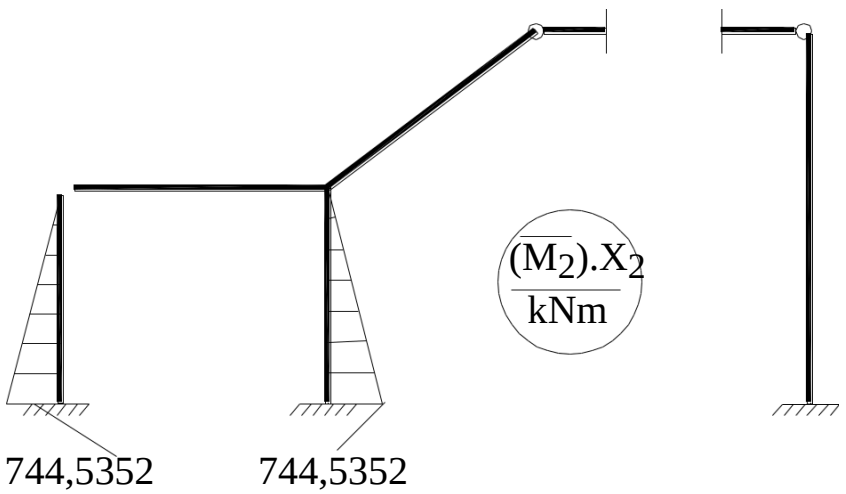
+ Vẽ biểu đồ momen trên hệ siêu tĩnh đã cho do tải trọng tác dụng M_P:

M_P = X_1 + .X_2 + .X_3 +

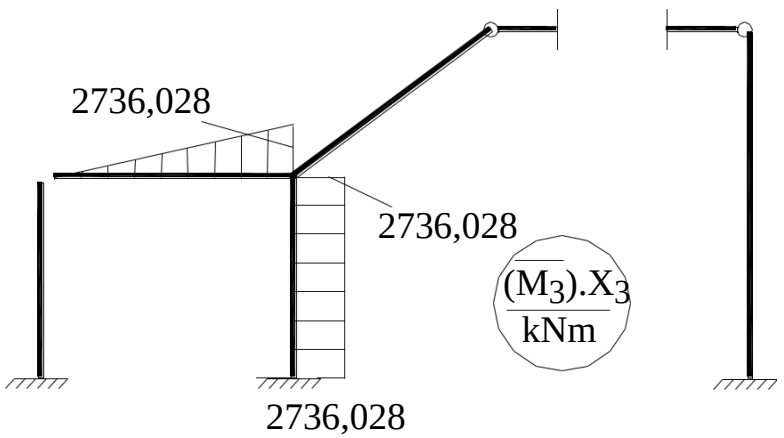
Biểu đồ $\overline{X_1}$:



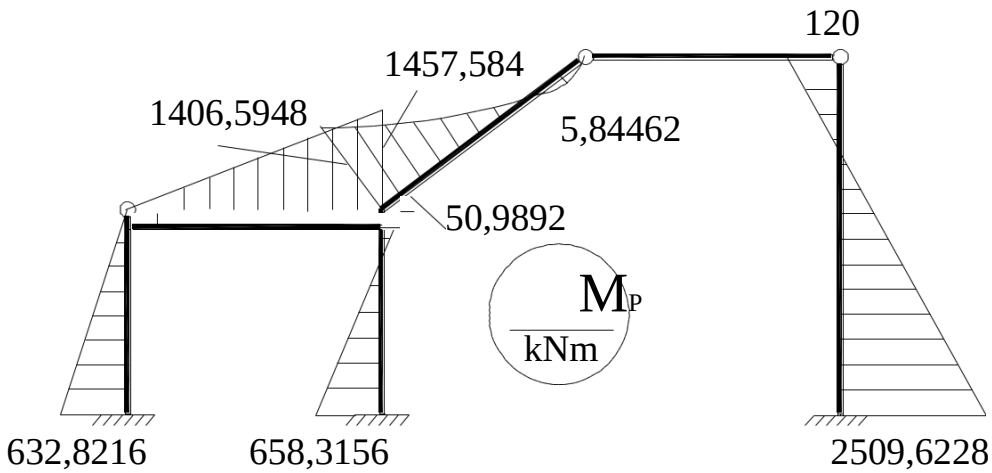
Biểu đồ $\overline{X_2}$:



Biểu đồ $\overline{X_3}$:

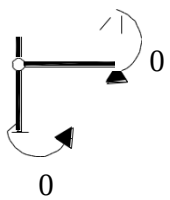


Biể đồ M_P:

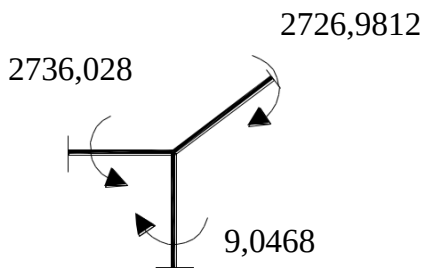


+Kiểm tra cân bằng các nút:

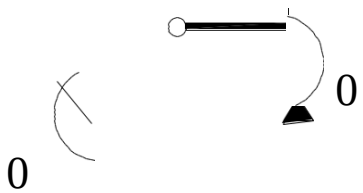
Nút 1:



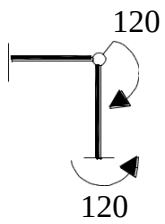
Nút 2:



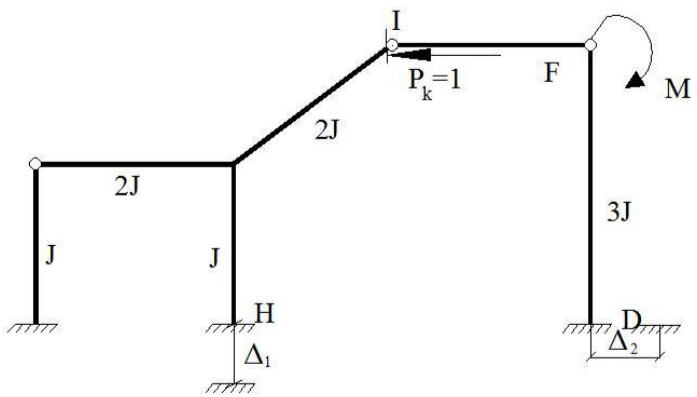
Nút 3:



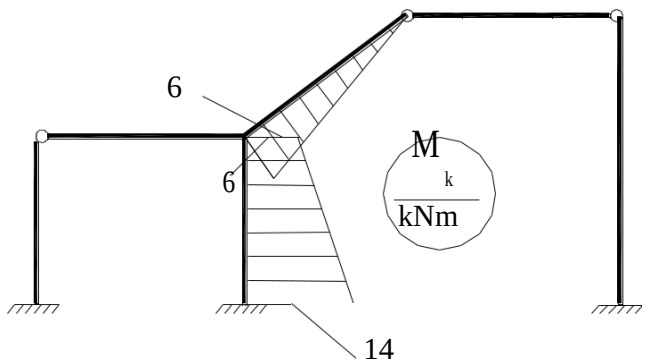
Nút 4:



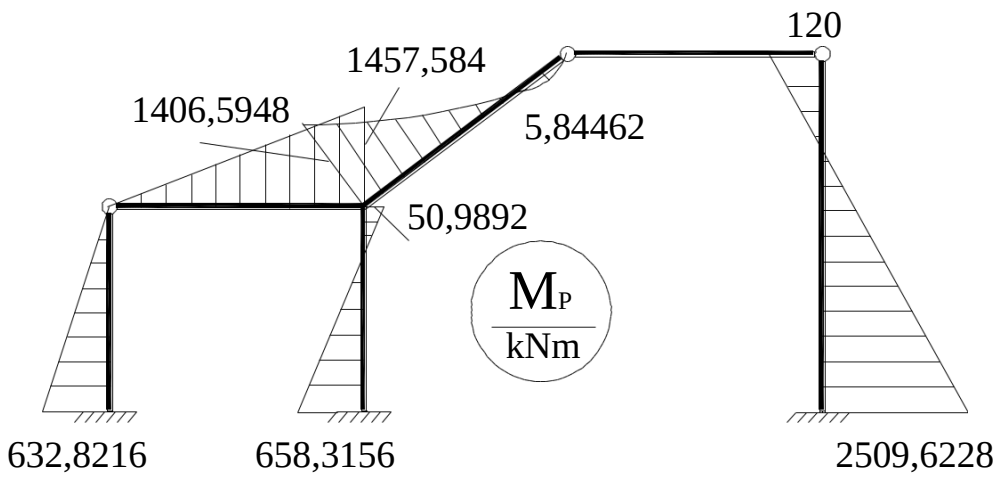
2.Xác định chuyển vị ngang tại mặt cắt I chịu tác dụng cả 3 nguyên nhân (Tải trọng, nhiệt độ thay đổi và chuyển vị gối tựa). Lập trạng thái phụ "k":



Biểu đồ momen ở trạng thái "k"



Biểu đồ momen ở trạng thái "m"



= $_{kP}$ + +

Trong đó: = 0,0255

= 0,008 0,01 = 0,018

$_{kP}$ = $M_P.M_k$ = — −.0,046.9,0468.6,015 − .1549,0596.9,954.10,682)

— . — 5,55 + — — .2,1 = 0,044

= $_{kP}$ + + = 0,044 + 0,0255 0,018 = 0,0365m

M_P là biểu đồ momen trên hệ siêu tĩnh dưới tác động đồng thời của tải trọng, nhiệt độ và chuyển vị cưỡng bức của gối tựa.

M_k là biểu đồ momen ở trạng thái "k" dưới tác động đồng thời của tải trọng, nhiệt độ và chuyển vị cưỡng bức của gối tựa.

Dấu " " chứng tỏ chuyển vị ngược chiều với P_k=1 một khoảng: 3,65 (cm)