

TÍNH TOÁN HỆ SỐ QUAN SÁT GIỮA MỘT BỀ MẶT VI PHÂN VÀ MỘT BỀ MẶT HỮU HẠN CÓ CÁC LỖ TRỐNG DẠNG HÌNH TRÒN SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG MONTE-CARLO

Phạm Ngọc Chung^{1*}, Nguyễn Như Hiếu²

Tóm tắt: Hệ số quan sát là một tham số quan trọng được sử dụng trong tính toán trao đổi bức xạ giữa các bề mặt trong các bài toán truyền nhiệt của khoa học kỹ thuật. Trong bài báo này, các tác giả nghiên cứu bài toán xác định hệ số quan sát giữa một bề mặt vi phân và một bề mặt hữu hạn có chứa các lỗ trống dạng hình tròn sử dụng kỹ thuật mô phỏng Monte-Carlo. Trong phạm vi nghiên cứu của bài báo, các tác giả xét bề mặt hữu hạn có dạng hình chữ nhật. Các tính toán được thực hiện cho trường hợp bề mặt vi phân song song với mặt phẳng chứa bề mặt hữu hạn đang xét. Sự phụ thuộc của hệ số quan sát vào khoảng cách, vị trí bề mặt vi phân, bán kính và sự phân bố của các lỗ trống được khảo sát chi tiết. Kết quả thu được chỉ ra rằng nghiệm mô phỏng bằng phương pháp Monte-Carlo là khá gần với nghiệm giải tích. Sự hội tụ của nghiệm thu được từ mô phỏng Monte-Carlo được đánh giá thông qua số tia phát ra từ bề mặt vi phân và số tia đến được bề mặt hữu hạn đang xét. Giá trị tỷ số giữa số tia đến được bề mặt hữu hạn và số tia phát ra cho ta hệ số quan sát cần tìm. Tính toán thực tế chỉ ra rằng khi số tia phát ra đủ lớn thì hệ số quan sát trong mô phỏng Monte-Carlo sẽ tiệm cận giá trị chính xác và tuân theo luật số lớn.

Từ khóa: Mô phỏng Monte-Carlo; Hệ số quan sát; Bề mặt hữu hạn; Bề mặt vi phân; Lỗ trống hình tròn.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Xuất phát từ bài toán bức xạ nhiệt giữa hai bề mặt vật thể khác nhau, người ta đưa ra khái niệm hệ số quan sát dựa trên một số giả thiết về năng lượng bức xạ giữa các bề mặt [1,2]. Từ những giả thiết về mặt vật lý, người ta thu được biểu thức toán học cho hệ số quan sát F_{ij} khi nhìn bề mặt j từ bề mặt i như sau [1,2]:

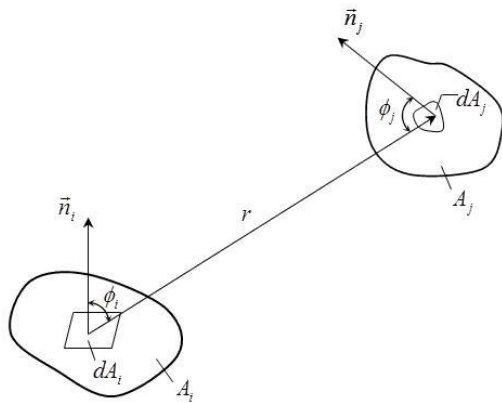
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} dA_i dA_j, \quad (1)$$

trong đó: ϕ_i , ϕ_j là góc giữa đường nối hai điểm bất kỳ thuộc hai bề mặt với pháp tuyến bề mặt tại hai điểm đó; r là khoảng cách giữa hai điểm trên hai bề mặt; A_i , A_j là diện tích các bề mặt (xem hình 1). Từ định nghĩa của hệ số quan sát (1), ta thu được quan hệ $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$. Nói chung hệ số F_{ij} khác với F_{ji} , chúng chỉ bằng nhau khi diện tích hai bề mặt đang xét bằng nhau.

Từ (1), có thể thấy rằng hệ số quan sát chỉ phụ thuộc vào dạng hình học và hướng của các bề mặt cũng như khoảng cách giữa chúng. Do sự phức tạp khi tính các tích phân mặt, người ta có thể thu được nghiệm giải tích của (1) trong một số trường hợp hình học đơn giản của các bề mặt, chẳng hạn hai bề mặt phẳng hình chữ nhật [3], miền vi phân và hình tròn [4], các hình đa giác [5], miền vi phân và hình trụ [6]. Tuy nhiên, khi dạng hình học của các bề mặt phức tạp thì việc tìm nghiệm giải tích là khá khó khăn [7,8]. Do đó, các phương pháp số sẽ được sử dụng để tính toán xấp xỉ biểu thức hệ số quan sát (1). Một trong những phương pháp số là phương pháp Monte-Carlo dựa trên cơ sở số ngẫu nhiên trong xác suất thống kê [7-9].

Toán học, Cơ học & Ứng dụng

Phương pháp Monte-Carlo có ưu điểm là dễ dàng thực hiện cho nhiều loại bài toán khác nhau, ngay cả những bài toán có độ phức tạp nhất định. Phương pháp này cho kết quả ước lượng nghiệm của bài toán khá tiện lợi, nhưng có một nhược điểm là thời gian tính toán tương đối lớn, mất nhiều tài nguyên của máy tính.



Hình 1. Minh họa hình học khi tính hệ số quan sát giữa hai bề mặt A_i và A_j .

Đối với bài toán bức xạ nhiệt nói chung, và tính toán hệ số quan sát nói riêng, phương pháp Monte-Carlo được nghiên cứu từ những thập niên 60, 70 của thế kỷ trước [1,2], có thể kể đến các công trình của Chen và Churchill [10], Corlett [11], Campbell [12].

Gần đây, Vujicic [13] đã sử dụng phương pháp Monte-Carlo kết hợp với kỹ thuật sai phân hữu hạn để ước lượng hệ số quan sát, sau đó so sánh với nghiệm giải tích thu được trong vài trường hợp đơn giản. Các tác giả đó đã sử dụng phương pháp mô phỏng Monte-Carlo, đồng thời đánh giá thời gian tính toán và độ chính xác

của phương pháp. Mới đây, Jacques [15] đề xuất một kỹ thuật tính toán nhằm mục đích giảm thời gian tính toán khi kết hợp mô phỏng Monte-Carlo với phương pháp phần tử hữu hạn.

Trong nhiều ứng dụng, các dạng hình học bề mặt khá phong phú và đa dạng, tính toán hệ số quan sát mang ý nghĩa thực tiễn trong các ứng dụng đó. Phạm vi nghiên cứu của bài báo là tính toán hệ số quan sát đối với các bề mặt vi phân và bề mặt có chứa các lỗ trống (xem minh họa các lỗ trống trong [16]). Các bề mặt loại này thường xuất hiện trong kết cấu của các thiết bị, linh kiện điện tử. Hiểu được các đặc tính hình học và đặc tính truyền nhiệt giữa các bề mặt, người ta có thể thiết kế các chi tiết thiết bị với mục đích tối ưu nào đó.

Bài toán tính hệ số quan sát giữa bề mặt vi phân và bề mặt có lỗ trống vẫn chưa được khảo sát chi tiết trong những nghiên cứu trước đây mặc dù về mặt kỹ thuật ta có thể tính hệ số quan sát giữa một bề mặt vi phân và một lỗ trống [4]. Mục đích của nghiên cứu này là sử dụng mô phỏng Monte-Carlo để tính toán và khảo sát hệ số quan sát giữa một bề mặt vi phân và một bề mặt hữu hạn có các lỗ trống; giới hạn tính toán cho trường hợp bề mặt vi phân song song với một bề mặt hình chữ nhật có chứa một, hai và nhiều lỗ trống hình tròn. Kết quả mô phỏng số chỉ ra rằng các kết quả của phương pháp Monte-Carlo so với phương pháp giải tích là khá gần nhau. Điều này cho thấy phương pháp Monte-Carlo là tin cậy và có thể mở rộng cho nhiều bài toán phức tạp hơn liên quan đến các loại bề mặt với các dạng hình học khác nhau.

2. PHƯƠNG PHÁP MONTE-CARLO TÍNH TOÁN HỆ SỐ QUAN SÁT GIỮA HAI BỀ MẶT

Bởi vì hệ số quan sát (1) xuất phát từ một số giả thiết vật lý về tương tác bức xạ bề mặt, do đó cách tiếp cận mô phỏng số Monte-Carlo cũng sử dụng các giả thiết đó để tính toán xấp xỉ hệ số quan sát. Ta sử dụng một số giả thiết như dưới đây cho bề mặt phát tia, luật phân bố của tia phát ra và cách thức chia năng lượng phát ra thành các gói năng lượng. Ba giả thiết này là quan trọng, để đảm bảo rằng cách thức thực hiện mô phỏng Monte-Carlo là lý tưởng về mặt vật lý [1, 2].

2.1. Một số giả thiết

Nghiên cứu khoa học công nghệ

- Bề mặt phát tia là bề mặt khuếch tán. Khi đó, các tia trên bề mặt có thể phát ra theo mọi hướng nằm trong phạm vi mặt tiếp diện với bề mặt tại điểm phát tia và phần không gian phía trên bề mặt, tức là các tia phát ra nằm trên nửa bán cầu có đáy nằm trên mặt tiếp diện.
- Năng lượng các tia phát ra có phân bố theo luật cosin. Luật này đảm bảo rằng tia phát ra có phân bố đều trên nửa mặt cầu phía trên mặt phẳng phát tia.
- Có thể chia phần năng lượng phát ra từ phần tử i thành N gói năng lượng, mỗi gói có năng lượng như nhau. Mỗi tia phát ra được đặc trưng bởi một gói năng lượng tương ứng. Thực tế, tia đại diện này chứa một số lượng rất lớn các tia về mặt vật lý (xem [1, 2, 13]).

2.2. Xấp xỉ hệ số quan sát bằng phương pháp Monte-Carlo

Trong phương pháp Monte-Carlo [1, 2, 13], ta xét N tia, mỗi tia mang cùng một năng lượng phát ra từ phần tử bề mặt i . Gọi tổng năng lượng phát ra từ bề mặt i là Φ_i . Khi đó, mỗi tia sẽ có năng lượng là:

$$\Phi_{ray} = \frac{\Phi_i}{N} \tag{2}$$

Nếu có m tia đập vào phần tử bề mặt j thì phần tử bề mặt j nhận được năng lượng là $\Phi_{ij} = m \Phi_{ray}$. Hệ số quan sát F_{ij} lúc này sẽ được tính xấp xỉ bởi F_{ij}^{MC} [1, 2, 13]:

$$r_{ij}^{MC} = \frac{\Phi_{ij}}{\Phi_i} = \frac{m \Phi_{ray}}{N \Phi_{ray}} = \frac{m}{N} \tag{3}$$

Tức là hệ số quan sát sẽ xấp xỉ bằng tỉ số giữa số tia mà phần tử bề mặt j nhận được và tổng số tia phát ra từ phần tử bề mặt i . Từ (3) có thể nhận xét rằng, nếu tổng số tia phát ra càng lớn thì giá trị xấp xỉ F_{ij}^{MC} càng gần giá trị tính được từ biểu thức toán học (1):

$$F_{ij} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{m}{N} \tag{4}$$

Giá trị m phụ thuộc vào số tia phát ra N , dạng hình học bề mặt j và vị trí của nó so với i . Với cùng một lượng tia phát ra, nếu bề mặt j nhỏ thì số lượng m tia nhận được cũng nhỏ. Người ta chỉ ra rằng độ chính xác của phương pháp Monte-Carlo tỉ lệ với giá trị $1/\sqrt{N}$ và sự hội tụ nghiệm tuân theo luật số lớn (xem [1, 2]).

3. ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP MONTE-CARLO TÍNH TOÁN HỆ SỐ QUAN SÁT GIỮA MỘT BỀ MẶT VI PHÂN VÀ MỘT BỀ MẶT HÌNH CHỮ NHẬT HỮU HẠN CÓ CÁC LỖ TRỐNG NẪM TRÊN HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

3.1. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có một lỗ trống

Đặt bài toán: Xét miền vi phân dA_1 (được xác định bởi các tọa độ Đề Các x_1, x_2, y_1, y_2) và miền chữ nhật phẳng hữu hạn A_2 có kích thước $a \times b$ (được xác định bởi các tọa độ Đề Các $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2$ và $\xi_2 - \xi_1 = a, \eta_2 - \eta_1 = b$). Miền chữ nhật có một lỗ trống bán kính r . Hai bề mặt dA_1 và A_2 nằm trong hai mặt phẳng song song, cách nhau một khoảng d , như minh họa trong hình 2. Tính hệ số quan sát miền vi phân nhìn miền chữ nhật hữu hạn.

3.1.1. Nghiệm giải tích

Ký hiệu D là miền tròn (lỗ trống), Ω là toàn miền chữ nhật (khi không có lỗ trống), $A_2 = \Omega \setminus D$ là miền đang xét. Theo tính chất của hệ số quan sát [1], ta có:

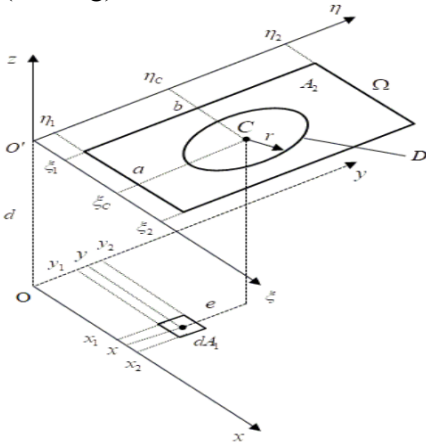
Tạp chí Nghiên cứu KH&CN quân sự, Số Đặc san CBES2, 04 - 2018

265

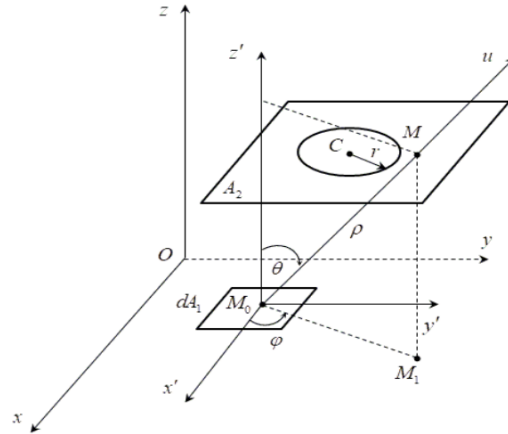
Toán học, Cơ học & Ứng dụng

$$F_{dA_1-A_2} = F_{dA_1-\Omega} - F_{dA_1-D}, \quad (5)$$

trong đó: $F_{dA_1-A_2}$ là hệ số quan sát cần tìm, $F_{dA_1-\Omega}$ là hệ số quan sát miền vi phân nhìn toàn miền chữ nhật (khi không có lỗ trống), F_{dA_1-D} là hệ số quan sát miền vi phân nhìn miền tròn (lỗ trống).



Hình 2. Bề mặt vi phân và bề mặt chữ nhật có một lỗ trống.



Hình 3. Góc cầu θ, φ tại M_0 .

Trong thực tế tính toán số, miền vi phân có thể coi là một miền chữ nhật vô cùng bé. Người ta đã tìm được nghiệm giải tích cho hệ số quan sát trong trường hợp hai miền hình chữ nhật nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau. Do đó, ta có thể tính toán hệ số quan sát giữa miền vi phân và miền hình chữ nhật như sau [3]:

$$F_{dA_1-\Omega} = \frac{1}{A} \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \left[(-1)^{(i+j+k+l)} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l) \right] \quad (6)$$

trong đó,

$$G = \frac{1}{2\pi} \left\{ (y-\eta) \left[\frac{1}{(x-\xi)^2 + d^2} \right]^{1/2} \arctan \frac{y-\eta}{\left[\frac{1}{(x-\xi)^2 + d^2} \right]^{1/2}} \right. \quad (7)$$

$$\left. + (x-\xi) \left[\frac{1}{(y-\eta)^2 + d^2} \right]^{1/2} \arctan \frac{x-\xi}{\left[\frac{1}{(y-\eta)^2 + d^2} \right]^{1/2}} - \frac{d^2}{2} \ln \left[\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + d^2}{(x-\xi)^2 + d^2} \right] \right\}$$

Khi $e \neq 0$ (e là khoảng cách từ tâm miền vi phân đến đường thẳng đi qua tâm của lỗ trống và song song với trục z , xem hình 3), nghiệm giải tích của F_{dA_1-D} là [4]:

$$F_{dA_1-D} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1 - (r/e) + (d/e)^2}{\sqrt{\left[\frac{1 - (r/e) + (d/e)^2}{(r/e)^2 + (d/e)^2} \right]^{1/2} + \left[\frac{1 - (r/e) + (d/e)^2}{(r/e)^2 + (d/e)^2} \right]^{1/2}} \right] \quad (8)$$

Khi $e = 0$ thì biểu thức của F_{dA_1-D} là:

$$F_{dA_1-D} = \frac{1}{1 + (d/r)^2} \quad (9)$$

Nghiên cứu khoa học công nghệ

3.1.2. Các bước mô phỏng Monte-Carlo trong tính toán hệ số quan sát

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình 3. Ta thực hiện mô phỏng Monte-Carlo theo các bước như dưới đây theo phương pháp phát tia đã trình bày trong phần 2.2.

Bước 1. Tạo điểm ngẫu nhiên $M_0(x_0, y_0, 0)$ có phân bố đều trên miền vi phân dA_1 .

Bước 2. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng chứa bề mặt chữ nhật hữu hạn A_2 có lỗ trống bán kính r .

- Từ điểm ngẫu nhiên M_0 , phát một tia ngẫu nhiên M_0u có góc cầu θ, φ theo quy luật [2]:

$$\begin{cases} \theta = \arccos(\sqrt{1 - \text{rand}(1)}), \\ \varphi = 2\pi \times \text{rand}(1), \end{cases} \quad (10)$$

trong đó: $\text{rand}(1)$ ký hiệu số ngẫu nhiên có phân bố đều trên đoạn $[0,1]$.

- Tia M_0u có thể cắt mặt phẳng độ (chứa miền chữ nhật A_2 tại M có tọa độ x_M, y_M, z_M):

$$\begin{cases} x_M = x_0 + d \tan \theta \cos \varphi \\ y_M = y_0 + d \tan \theta \sin \varphi \\ z_M = d \end{cases}, \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \varphi \in [0, 2\pi] \quad (11)$$

Bước 3. Xác định điều kiện để các tia ngẫu nhiên phát ra từ M_0 đập vào miền A_2 (điều kiện để $M \in A_2$).

Điều kiện để các tia ngẫu nhiên phát ra từ $M_0 \in dA_1$ đập vào A_2 là:

$$\begin{cases} \xi_1 \leq x_M \leq \xi_2, \eta_1 \leq y_M \leq \eta_2, \\ (x_M - \xi_C)^2 + (y_M - \eta_C)^2 \geq r^2. \end{cases} \quad (12)$$

Hai điều kiện đầu tiên là điều kiện để $M \in \Omega$, điều kiện thứ ba là để M nằm ngoài lỗ trống (nằm ngoài miền tròn D).

Bước 4. Xác định số tia đập vào A_2 (số điểm $M \in A_2$). Gọi m là số điểm M nằm trong miền A_2 , N là số tia ngẫu nhiên phát ra từ điểm ngẫu nhiên M_0 . Khi đó, giá trị hệ số quan sát là:

$$F_{dA_1 \rightarrow A_2}^{MC} = \frac{m}{N} \quad (13)$$

3.2. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có hai lỗ trống

Bài toán được đặt ra như bài toán mục 3.1, nhưng miền chữ nhật có hai lỗ trống D_1 và D_2 (mô tả trong hình 4).

3.2.1. Nghiệm giải tích

Ký hiệu D_1, D_2 là miền tròn 1 và 2 (miền lỗ trống 1 và 2), Ω là toàn miền chữ nhật (khi không có lỗ trống), $A_2 = \Omega \setminus (D_1 \cup D_2)$ là miền đang xét. Khi đó:

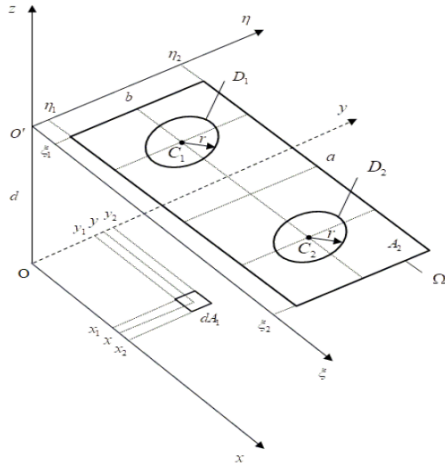
$$F_{dA_1 \rightarrow A_2} = F_{dA_1 \rightarrow \Omega} - F_{dA_1 \rightarrow D_1} - F_{dA_1 \rightarrow D_2} \quad (14)$$

Toán học, Cơ học & Ứng dụng

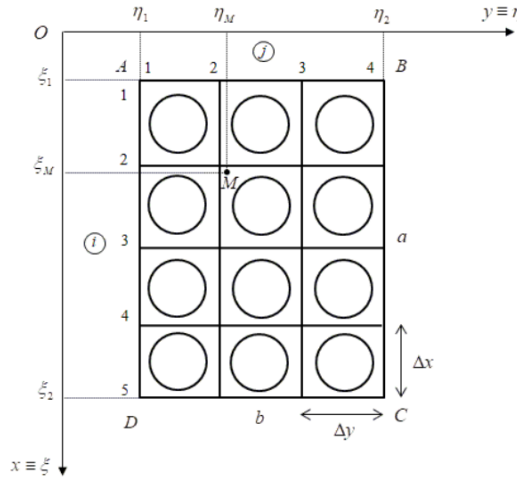
Ở đây: $F_{dA} - \Omega$ được tính theo (6), $F_{dA} - D_1$, $F_{dA} - D_2$ được tính theo (8) hoặc (9).

3.2.2. *Nghiệm mô phỏng Monte-Carlo*

Các bước tiến hành mô phỏng tương tự như trường hợp một lỗ trống, tuy nhiên, điều kiện để tia ngẫu nhiên phát ra từ M_0 đập vào miền A_2 đang xét là:



Hình 4. Bề mặt vi phân và bề mặt chữ nhật có hai lỗ trống.



Hình 5. Mô hình bề mặt chữ nhật có nhiều lỗ trống.

$$\begin{cases} \xi_1 \leq x_M \leq \xi_2, \eta_1 \leq y_M \leq \eta_2, \\ \left\{ \begin{aligned} (x_M - \xi_{C1})^2 + (y_M - \eta_{C1})^2 &\geq r^2, \\ (x_M - \xi_{C2})^2 + (y_M - \eta_{C2})^2 &\geq r^2. \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (15)$$

Trong (15), $C_1 \left(\xi_1 + \frac{a}{4}, \eta_1 + \frac{b}{2}, d \right)$, $C_2 \left(\xi_1 + \frac{3a}{4}, \eta_1 + \frac{b}{2}, d \right)$ là hai tọa độ tâm

của hai lỗ trống. Hai điều kiện đầu tiên của (15) là điều kiện để $M \in \Omega$, hai điều kiện cuối là điều kiện để M nằm ngoài hai lỗ trống D_1 và D_2 .

3.3. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có nhiều lỗ trống

Giả sử bề mặt chữ nhật hữu hạn ABCD kích thước $a \times b$ có cạnh AD được chia làm m đoạn bằng nhau, mỗi đoạn dài a/m . Cạnh AB được chia thành n đoạn bằng nhau, mỗi đoạn dài b/n . Ta thu được lưới chữ nhật $m \times n$ (xem hình 5). Trên mỗi hình chữ nhật con (mắt lưới), ta tạo một lỗ trống hình tròn bán kính r , có tâm là tâm của mắt lưới. Điều kiện ràng buộc của bán kính r là:

$$0 \leq r \leq \min \left\{ \frac{a}{2m}; \frac{b}{2n} \right\} \quad (16)$$

Điều kiện (16) đảm bảo các lỗ trống nằm trong mỗi mắt lưới và không giao nhau. Khi $r \rightarrow 0$ ta thu được miền chữ nhật ABCD không có lỗ trống. Gọi C_{ij} là tâm của lỗ trống

ở vị trí mắt lưới (i, j) . Tọa độ của C_{ij} là $C_{ij} \left(\xi_1 + (2i-1)\frac{a}{2m}, \eta_1 + (2j-1)\frac{b}{2n}, d \right)$. Ta

cần tính hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt chữ nhật có nhiều lỗ trống

này. 3.3.1. *Nghiệm giải tích*

Nghiên cứu khoa học công nghệ

Gọi $F_{dA_1 - D_{ij}}$ là hệ số quan sát của miền vi phân nhìn miền tròn D_{ij} tâm C_{ij} , bán kính r . Ta biết được nghiệm chính xác $F_{dA_1 - D_{ij}}$ và hệ số quan sát $F_{dA_1 - \Omega}$ miền vi phân nhìn toàn miền chữ nhật Ω (miền chữ nhật $ABCD$ không có lỗ trống). Khi đó, hệ số quan sát của miền vi phân nhìn miền chữ nhật có lỗ trống:

$$F_{dA_1 - A_2} = F_{dA_1 - \Omega} - \sum_{ij} F_{dA_1 - D_{ij}} \tag{17}$$

3.3.2. Nghiệm mô phỏng Monte-Carlo

Thuật toán mô phỏng như hai trường hợp ở trên nhưng điều kiện để tia ngẫu nhiên phát ra từ M_0 đập vào miền A_2 đang xét (điều kiện để $M \in A_2$) tuân theo hai bước sau:

- Nếu M nằm ngoài miền Ω thì tia phát ra từ M_0 không đập vào miền đang xét A_2 .
- Nếu M nằm trong miền Ω thì cần xác định M thuộc mắt lưới nào, nếu M thuộc lỗ trống của mắt lưới đó thì tia phát ra từ M_0 không đập vào miền đang xét A_2 , ngược lại thì $M \in A_2$ đang xét.

Kết quả số của nghiệm mô phỏng số và nghiệm giải tích của cả ba trường hợp trên sẽ được trình bày trong mục 4 sau đây.

4. KẾT QUẢ SỐ VÀ THẢO LUẬN

4.1. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có một lỗ trống

Lấy tọa độ Đề Các bề mặt chữ nhật là $\xi_1 = 0$ (m), $\xi_2 = 2$ (m), $\eta_1 = 0$ (m), $\eta_2 = 1$ (m), $a = \xi_2 - \xi_1 = 2$ (m), $b = \eta_2 - \eta_1 = 1$ (m); còn tọa độ Đề Các bề mặt vi phân x_1, x_2, y_1, y_2 được chọn sao cho diện tích của bề mặt vi phân là khá nhỏ và bằng khoảng $1 / 20^2$ lần so với diện tích bề mặt chữ nhật, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song chứa hai bề mặt này là $d = 0.5$ (m). Bán kính lỗ trống $r = 0.4$ (m). Hệ số quan sát giữa hai bề mặt được mô tả trong các hình 6-10. Hình 6 mô tả sự phân bố tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân dA_1 tới đập vào bề mặt A_2 trong quan sát ba chiều từ mô phỏng Monte-Carlo.

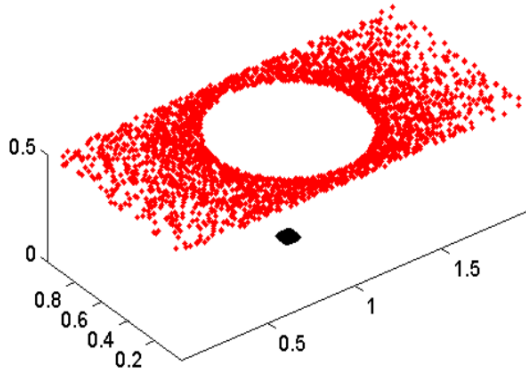
Bảng 1. Kết quả tính toán nghiệm mô phỏng Monte-Carlo và thời gian tính tương ứng.

Số tia phát N	Nghiệm mô phỏng Monte-Carlo	Nghiệm chính xác	Thời gian tính toán (s)
10^2	0.3000	0.2788	0.0160
10^3	0.2570	0.2788	0.0460
10^4	0.2741	0.2788	0.2350
3×10^4	0.2765	0.2788	0.6880
5×10^4	0.2782	0.2788	1.1280

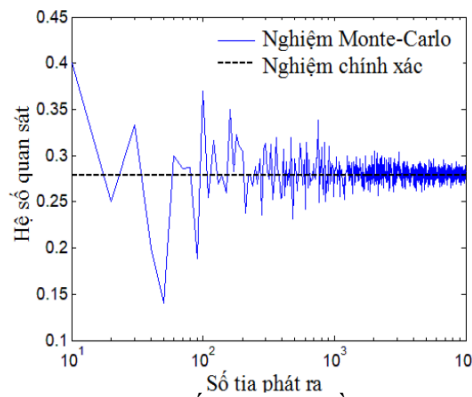
Toán học, Cơ học & Ứng dụng

Hình 7 mô tả sự hội tụ của nghiệm số theo Monte-Carlo so với nghiệm giải tích. Khi N càng lớn thì sai số giữa nghiệm mô phỏng Monte-Carlo và nghiệm chính xác càng giảm. Với số tia phát ra $N = 10^4$ thì hệ số quan sát theo Monte-Carlo là $F_{MC} = 0.2741$,

còn nghiệm giải tích $F_{dA_1 - A_2} = 0.2788$; Độ chính xác của phương pháp Monte-Carlo lấy hai chữ số sau dấu phẩy. Quan sát bảng 1, ta cũng thấy khi số tia phát ra từ bề mặt vi phân N tăng lên thì nghiệm mô phỏng số Monte-Carlo càng gần nghiệm chính xác, tuy nhiên, thời gian tính toán cũng tăng lên.

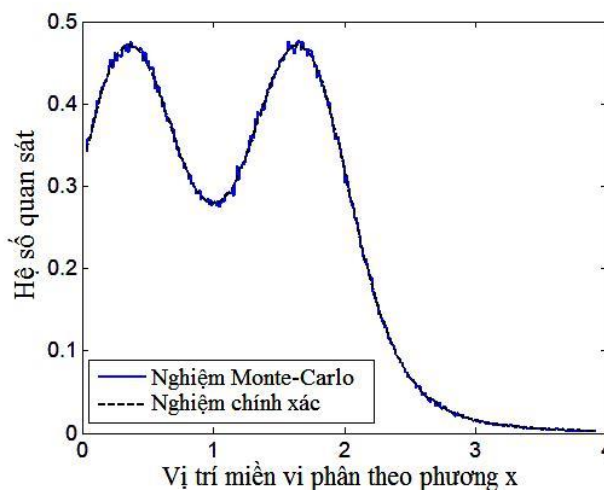


Hình 6. Quan sát 3D của sự phân bố tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân đập vào bề mặt hữu hạn trong trường hợp một lỗ trống.



Hình 7. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có một lỗ trống theo tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân.

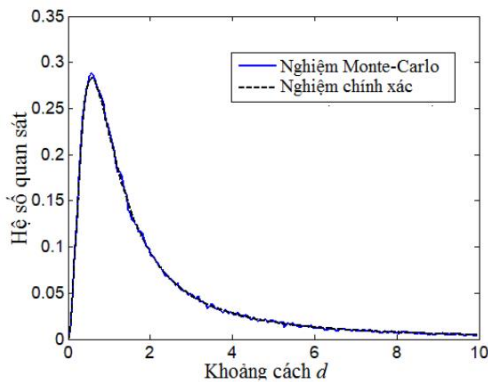
Hình 8 phác họa hệ số quan sát khi bề mặt vi phân di chuyển trên đường thẳng $y = 0.5$ từ vị trí $x = 0$ đến $x = 4$. Quan sát hình vẽ ta có thể nhận xét rằng hệ số quan sát có dạng đối xứng qua đường thẳng $x = 1$ khi bề mặt vi phân nằm trong giới hạn của miền chữ nhật theo trục x từ vị trí $x = 0$ đến $x = 2$, còn khi miền vi phân đi ra ngoài giới hạn của miền chữ nhật thì hệ số quan sát sẽ giảm dần và tiến về không.



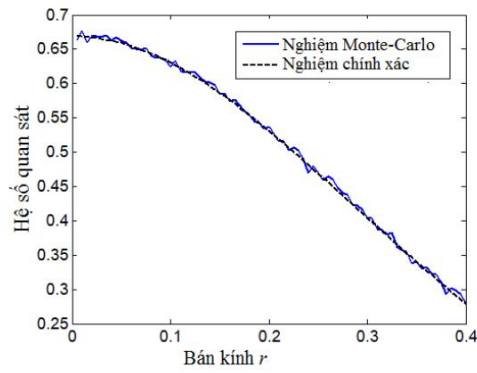
Hình 8. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có một lỗ trống khi vị trí bề mặt vi phân thay đổi trên đường thẳng $y = 0.5$ từ vị trí $x = 0$ đến $x = 4$.

Nghiên cứu khoa học công nghệ

Hình 9 chỉ ra sự phụ thuộc của hệ số quan sát vào khoảng cách d giữa miền vi phân và miền chữ nhật. Ở đây, $a = 2$ (m), $b = 1$ (m), d được lấy từ 0.01 (m) đến 10 (m); miền vi phân được giữ tại vị trí mà khoảng cách e từ tâm miền vi phân đến đường thẳng đi qua tâm của lỗ trống và song song với trục z bằng không ($e = 0$). Từ hình vẽ ta thấy rằng nếu khoảng cách giữa bề mặt vi phân và bề mặt chữ nhật khá gần nhau thì hệ số quan sát sẽ gần không và khi khoảng cách ở khoảng 0.61 (m) thì hệ số quan sát là lớn nhất khoảng 0.2825; khi khoảng cách càng lớn thì hệ số quan sát sẽ giảm xuống và tiệm cận về không. Một điểm lưu ý là khi d khá nhỏ thì hệ số quan sát xấp xỉ bằng không, điều này là vì khi miền vi phân nằm gần vị trí trung tâm lỗ, các tia phát ra từ miền vi phân sẽ xuyên qua lỗ và thoát khỏi bề mặt hình chữ nhật, số tia đập được vào miền chữ nhật là không đáng kể.



Hình 9. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có một lỗ trống khi khoảng cách d thay đổi.



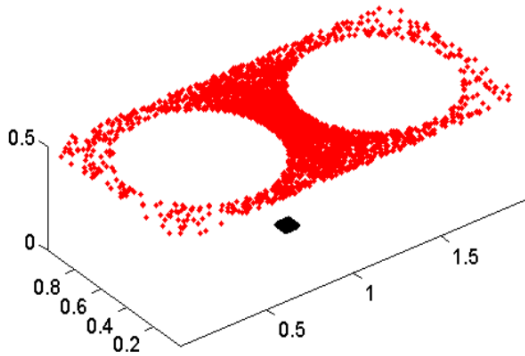
Hình 10. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có một lỗ trống khi bán kính r của lỗ trống thay đổi.

Hình 10 chỉ ra sự phụ thuộc của hệ số quan sát và bán kính r của lỗ trống. Ở đây, $a = 2$ (m), $b = 1$ (m), $d = 0.5$ (m), miền vi phân được giữ cố định tại vị trí khoảng cách e từ tâm miền vi phân đến đường thẳng đi qua tâm của lỗ trống và song song với trục z bằng không ($e = 0$); Bán kính r của lỗ trống thay đổi từ 0 đến 0.4 (m). Hình vẽ thể hiện rằng khi r tăng thì hệ số quan sát sẽ giảm xuống từ giá trị lớn nhất 0.6689 khi không có lỗ trống đến giá trị nhỏ nhất 0.2788 khi có lỗ trống với bán kính $r = 0.4$ (m) .

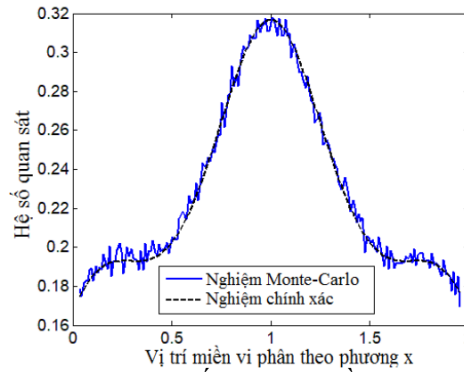
4.2. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có hai lỗ trống

Trong trường hợp bề mặt hình chữ nhật có hai lỗ trống, kích thước hình chữ nhật được lấy tương tự như phần 4.1. Bán kính mỗi lỗ trống được lấy là $r = 0.4$ (m). Tâm lỗ trống được lấy theo (15). Kết quả số được thể hiện trên các hình 11-14.

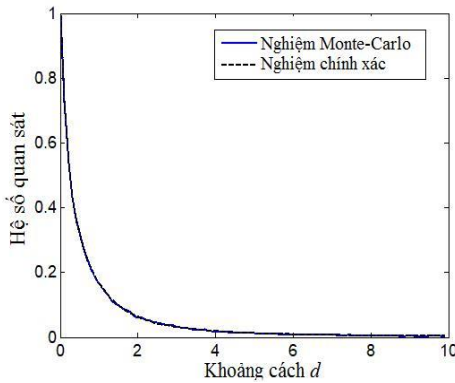
Trên hình 11, vì miền vi phân nằm tại vị trí hình chiếu của tâm miền chữ nhật nên khu vực xung quanh tâm miền chữ nhật sẽ tập trung nhiều điểm giao cắt của tia chiếu tới, mật độ điểm khu vực này sẽ lớn hơn các khu vực khác. Hình 12 mô tả sự thay đổi của hệ số quan sát khi vị trí miền vi phân thay đổi trong đoạn $[0, 2]$ theo phương x trong khi phương y cố định trên đường thẳng $y = 0.5$. Ta có thể thấy tính đối xứng thu được của hệ số quan sát qua đường thẳng $x = 1$ khi vị trí vi phân di chuyển từ đầu này đến đầu kia của miền chữ nhật. Điều này là do vị trí đối xứng nhau của hai miền tròn qua đường thẳng $x = 1$. Tại vị trí $x = 1$, hệ số quan sát đạt giá trị lớn nhất bằng 0.3166.



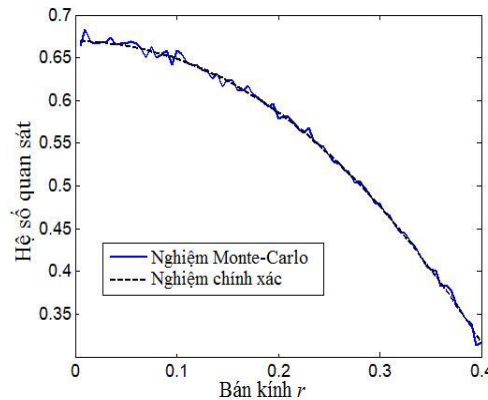
Hình 11. Sự phân bố tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân đập vào bề mặt hữu hạn trường hợp hai lỗ trống trong quan sát ba chiều.



Hình 12. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có hai lỗ trống khi vị trí bề mặt vi phân thay đổi trên đường thẳng $y = 0.5$ từ vị trí $x = 0$ đến $x = 2$.



Hình 13. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có hai lỗ trống khi khoảng cách d thay đổi.



Hình 14. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có hai lỗ trống khi bán kính r của lỗ trống thay đổi.

Khi khoảng cách d lớn dần, tức miền vi phân sẽ di chuyển ra xa so với miền chữ nhật, thì hệ số quan sát sẽ giảm dần và tiệm cận về giá trị không. Kết quả này được minh họa trên **hình 13** khi khoảng cách d thay đổi trong khoảng từ 0.01 đến 10 (m). Khác với kết quả trên **hình 9** trong trường hợp một lỗ, trên **hình 13**, khi d khá nhỏ, hệ số quan sát tiến dần về một; Điều này là do ở khoảng cách nhỏ gần miền chữ nhật, các tia phát ra từ miền vi phân có thể gần như 100% đến được miền chữ nhật. Nghiệm thu được từ mô phỏng Monte-Carlo được so sánh với nghiệm chính xác cho thấy hai kết quả là gần trùng khít lên nhau. Trên **hình 14**, ta khảo sát hệ số quan sát khi thay đổi bán kính của lỗ trống. Ta luôn đảm bảo rằng lỗ trống nằm trọn trong hình chữ nhật, tức là $0 \leq r \leq \min \{ a / 4, b / 2 \}$. Khi lỗ trống lớn dần, số tia đập vào bề mặt đang xem xét sẽ giảm đi, và do đó hệ số quan sát sẽ giảm theo sự tăng của kích thước lỗ trống. Trong **hình 14**, bán kính r của lỗ trống thay đổi từ 0 đến 0.4 (m). Hệ số quan sát lớn nhất tại giá trị $r = 0$, tức là hình chữ nhật không có lỗ trống (vị trí hình chữ nhật và miền vi phân được giữ cố định).

4.3. Trường hợp bề mặt chữ nhật hữu hạn có nhiều lỗ trống

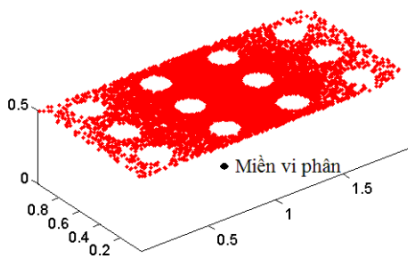
Trong phần này, ta tính toán 10 trường hợp với số lỗ trống là 1×1 , 2×1 , 2×2 , 3×1 , 3×2 , 3×3 , 4×1 , 4×2 , 4×3 , 4×4 . Kích thước hình chữ nhật phía trên được lấy là

Nghiên cứu khoa học công nghệ

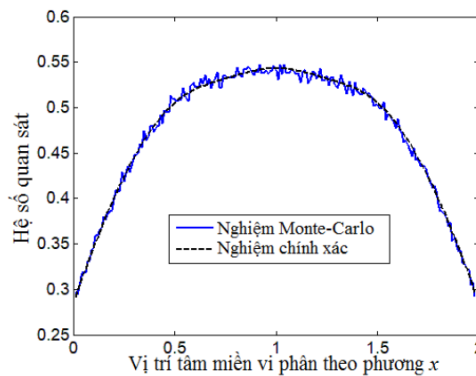
$a \times b = 2 \text{ (m)} \times 1 \text{ (m)}$. Bán kính lỗ trống r là như nhau trong 10 trường hợp kể trên và bằng 0.1 (m). Vị trí vi phân lấy tại hình chiếu của tâm hình chữ nhật trên mặt phẳng Oxy ($e = 0$). Kết quả hệ số quan sát được cho trong **bảng 2**. Có thể thấy rằng, với các phân bố khác nhau của lỗ trống thì hệ số quan sát sẽ khác nhau, chẳng hạn trường hợp 1×1 lỗ trống cho hệ số quan sát khác với trường hợp 2×1 lỗ trống. Mặc dù trường hợp 2×1 lỗ trống làm cho hình chữ nhật bị khuyết nhiều hơn trường hợp 1×1 lỗ trống (diện tích các lỗ trống là như nhau), nhưng lại có hệ số quan sát lớn hơn, điều này là do cách bố trí 2×1 lỗ trống và vị trí miền vi phân làm cho miền diện tích ở giữa hình chữ nhật nhận được nhiều tia chiếu đến hơn trường hợp 1×1 lỗ mà ở đó có sự mất mát tia khi phát tia từ miền vi phân chiếu tới miền chữ nhật. **Bảng 2** cho ta kết quả sai số tương đối của phương pháp Monte-Carlo chỉ vào khoảng 1% so với nghiệm chính xác.

Bảng 2. Hệ số quan sát theo số lỗ trống.

$m \times n$	Nghiệm mô phỏng Monte-Carlo $F_{MC}^{1 \times 10^4}$	Nghiệm chính xác $F^{1 \times 10^4}$	Sai số (%)
1 x 1	0.6246	0.6306	0.9437
2 x 1	0.6479	0.6491	0.1787
2 x 2	0.6342	0.6374	0.5024
3 x 1	0.6226	0.6204	0.3594
3 x 2	0.5931	0.6012	0.3489
3 x 3	0.5726	0.5666	1.0559
4 x 1	0.6086	0.6112	0.4203
4 x 2	0.5901	0.5851	0.8506
4 x 3	0.5378	0.5434	1.0243
4 x 4	0.4973	0.5024	1.0234



Hình 15. Quan sát 3D của sự phân bố tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân đập vào bề mặt hữu hạn trong trường hợp 4×3 lỗ trống.



Hình 16. Hệ số quan sát bề mặt vi phân nhìn bề mặt hữu hạn có 4×3 lỗ trống khi vị trí bề mặt vi phân thay đổi trên đường thẳng $y = 0.5$ từ vị trí $x = 0$ đến $x = 2$.

Hình 15 minh họa sự phân bố tia ngẫu nhiên phát ra từ bề mặt vi phân đập vào miền hữu hạn đang xét trong trường hợp 4×3 lỗ trống. Trên hình 16, ta khảo sát sự thay đổi của hệ số quan sát khi vị trí miền vi phân thay đổi trong trường hợp 4×3 lỗ trống. Trường hợp này, ta vẫn cho miền vi phân di chuyển trên đường thẳng $y = 0.5$ từ vị trí $x = 0$ đến

Toán học, Cơ học & Ứng dụng

$x = 2$. Ta thấy rằng khi miền vi phân di chuyển ra xa vị trí tâm của hình chữ nhật thì hệ số quan sát giảm từ 0.5434 xuống 0.2911. Kết quả trên hình 16 chỉ ra rằng nghiệm Monte-Carlo chỉ nhiễu nhẹ quanh giá trị nghiệm chính xác với sai số tương đối nhỏ.

5. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, các tác giả đã sử dụng phương pháp Monte-Carlo để tính toán hệ số quan sát giữa một bề mặt vi phân và một bề mặt hữu hạn có các lỗ trống khi chúng nằm trên hai mặt phẳng song song. Phương pháp Monte-Carlo cho kết quả khá gần với kết quả thu được từ nghiệm giải tích. Điều này cho thấy độ tin cậy của phương pháp Monte-Carlo. Kết quả cũng chỉ ra rằng khi số tia phát ra N càng lớn thì độ chính xác của phương pháp cũng tăng lên, tuy nhiên thời gian tính toán mô phỏng cũng tăng lên đáng kể. Bài báo chỉ ra các nhân tố ảnh hưởng đến hệ số quan sát như: khoảng cách và vị trí của bề mặt vi phân, bán kính và sự phân bố của các lỗ trống. Kết quả trong bài báo có thể được mở rộng để mô phỏng và khảo sát hệ số quan sát cho nhiều trường hợp khác nhau với các hình dạng lỗ trống hoặc bề mặt có cấu hình phù hợp với các thiết kế nhất định trong thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Howell, J. R., Siegel, R., and Menguc, M. P., “*Thermal Radiation Heat Transfer*”, **6th** ed. (2010), Taylor and Francis/CRC, New York.
- [2]. Modest, M. F., “*Radiative Heat Transfer*”, **3rd** ed. (2013), Elsevier Inc.
- [3]. Abishek, S., Ramanujam, S., and Katte, S. S., “*View factors between disk/rectangle and rectangle in parallel and perpendicular planes*”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **21** (1995), 236-239.
- [4]. Chung, B. T. F., and Sumitra, P.S., “*Radiation shape factors from plane point sources*”, *Journal of Heat Transfer*, **94** (1972), 328-330.
- [5]. Alciatore D., et al., “*Closed form solution of the general three dimensional radiation configuration factor problem with microcomputer solution*”, *Proc. 26th National Heat Transfer Conf.* (1989), Philadelphia, ASME.
- [6]. Hamilton, D. C., and Morgan, W. R., “*Radiant-interchange configuration factors*”, NASA TN 2836 (1952).
- [7]. Dolaghan, J. S., Burns, P. J., and Loehrke, R. I., “*Smoothing Monte Carlo exchange factors*”, *Journal of Heat Transfer*, **117** (1995), 524–526.
- [8]. Modest, M. F., “*Backward Monte Carlo simulations in radiative heat transfer*”, *Journal of Heat Transfer*, **125** (2003), 57–62.
- [9]. Farmer, J. T. and Howell, J. R., “*Comparison of Monte Carlo strategies for radiative transfer in participating media*”, *Advances in Heat Transfer*, **31** (1998), 333–429.
- [10]. Chen, J. C, and Churchill, S. W., “*Radiant heat transfer in packed beds*”, *AIChE Journal*, **9** (1963), 35-41.
- [11]. Corlett, R. C. “*Direct Monte Carlo calculation of radiative heat transfer in vacuum*”, *ASME Journal of Heat Transfer*, **88** (1966), 376-382.
- [12]. Campbell, P. M., “*Monte Carlo Method for Radiative Transfer*”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **10** (1967), 519-527.
- [13]. Vujičić, M. R, Lavery, N. P., and Brown, S. G. R., “*View factor calculation using the Monte Carlo method and numerical sensitivity*”, *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, DOI: 10.1243/09544062JMES139 (2006).

Nghiên cứu khoa học công nghệ

- [14]. Mirhosseini, M., and Saboonchi, A., “View factor calculation using the Monte Carlo method for a 3D strip element to circular cylinder”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **38** (2011), 821-826.
- [15]. Jacques, L., Masset, L., and Kerschen, G., “Direction and surface sampling in ray tracing for spacecraft radiative heat transfer”, *Aerospace Science and Technology*, **47** (2015), 146–153.
- [16]. <https://www.colourbox.com/vector/chrome-metal-sheet-surface-with-holes-10eps-vector-5429022> (access: 20 Feb 2018).

ABSTRACT

VIEW FACTOR CALCULATION BETWEEN A DIFFERENTIAL AREA
AND A FINITE PLANE SURFACE WITH CIRCULAR HOLES
USING MONTE-CARLO SIMULATION

View factor is an important parameter used in calculating thermal radiation exchange between surfaces in heat transfer problems of science and technology. In this study, we are concerned with the problem of determination of view factor between a differential area and a finite plane surface with circular holes using techniques of Monte-Carlo simulation. In the framework of our paper, a rectangular finite surface is considered. The calculations are carried out for the case of differential surface parallel to the finite surface under consideration. The dependence of view factor on the distance between two surfaces, position of the differential surface, the radius and distribution of the holes is explored. Our result shows that the Monte-Carlo solutions are quite close to the analytical solutions. The convergence of solutions obtained from Monte-Carlo simulation is evaluated versus the number of rays emitted from the differential area because the solution value of view factor in random simulation obeys the law of large numbers.

Keywords: Monte-Carlo simulation; View factor; Plane surface; Differential area; Circular hole.

Nhận bài ngày 25 tháng 02 năm 2018

Hoàn thiện ngày 18 tháng 03 năm 2018

Chấp nhận đăng ngày 02 tháng 04 năm 2018

Địa chỉ: ¹ Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Mô-Địa chất;
² Viện Cơ học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.
* Email: chunghung86@gmail.com.