

Đề thi thử và đáp án: Môn Toán (Năm học 2014-2015)

ĐỀ THI THỬ MEGABOOK SỐ 3 MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2014 - 2015

Thời gian làm bài: 180 phút

Mã đề thi 135

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
2. Tìm điểm M thuộc đường thẳng $y = 3x - 2$ sao tổng khoảng cách từ M tới hai điểm cực trị nhỏ nhất.

1. Giải phương trình $\cos 2x + 2\sin x - 1 - 2\sin x \cos 2x = 0$

2. Giải bất phương trình $(4x - 3)\sqrt{x^2 - 3x + 4} \geq 8x - 6$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$

Câu IV (1 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có mặt đáy (ABC) là tam giác đều cạnh a. Chân đường vuông góc hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA biết SA=a và SA tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° .

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c dương và $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{b^2 + 3} + \sqrt{c^2 + 3} + \sqrt{a^2 + 3}$$

PHẦN RIÊNG (3 điểm) (Học sinh chỉ làm một trong hai phần sau)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d: $3x + y - 2 = 0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.
2. Cho ba điểm A(1;5;4), B(0;1;1), C(1;2;1). Tìm tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Câu VII.a (1 điểm)

Tìm số phức z thỏa mãn: $|z - 2 + i| = 2$. Biết phần ảo nhỏ hơn phần thực 3 đơn vị.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức: $A = 4C_{100}^2 + 8C_{100}^4 + 12C_{100}^6 + \dots + 200C_{100}^{100}$.
2. Cho hai đường thẳng có phương trình:

$$d_1 : \begin{cases} x - 2 \\ 3 \end{cases} = y + 1 = \begin{cases} z + 3 \\ 2 \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 7 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Viết phương trình đường thẳng cắt d_1 và d_2 đồng thời đi qua điểm $M(3;10;1)$. **Câu VII.b** (1 điểm)

Giải phương trình sau trên tập phức: $z^2 + 3(1+i)z - 6 - 13i = 0$

<http://megabook.vn/>

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ SỐ 5

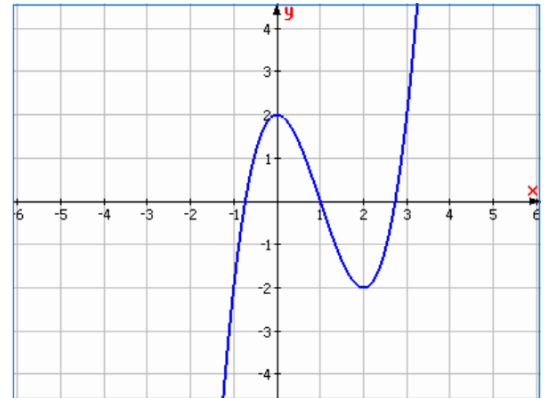
Câu 1: 1, Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = +\infty$$

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 2	↘ 2	↗ $+\infty$	



Hàm số đồng biến trên khoảng: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

$$f_{CD} = f(0) = 2; f_{CT} = f(2) = -2$$

$$y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{khi } x=1 \Rightarrow y=0 \quad x=3 \Rightarrow y=2 \quad x=-1 \Rightarrow y=-2$$

Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; 0)$ là tâm đối xứng.

Câu 1: 2, Gọi tọa độ điểm cực đại là $A(0; 2)$, điểm cực tiểu $B(2; -2)$

Xét biểu thức $P = 3x - y - 2$

Thay tọa độ điểm $A(0; 2) \Rightarrow P = -4 < 0$, thay tọa độ điểm $B(2; -2) \Rightarrow P = 6 > 0$

Vậy 2 điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía của đường thẳng $y = 3x - 2$, để $MA + MB$ nhỏ nhất \Rightarrow 3 điểm A, M, B thẳng hàng Phương trình đường thẳng AB: $y = -2x + 2$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M \left(\frac{4}{5}; \frac{2}{5} \right)$$

Câu 2: 1, Giải phương trình: $\cos 2x + 2\sin x - 1 - 2\sin x \cos 2x = 0$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \cos 2x (1 - 2\sin x) - (1 - 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(1 - 2\sin x) = 0$$

Khi $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Khi } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 2:

2, Giải bất phương trình: $(4x - 3)\sqrt{x^2 - 3x + 4} \geq 8x - 6$ (1)(1) $\Leftrightarrow (4x - 3)(\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2) \geq 0$

Ta có: $4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3/4$

$$\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$	
$4x - 3$		-	0	+	+	
$\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2$		+	0	-	0	+
Vết trái		-	0	+	0	+

Vậy bất phương trình có nghiệm:

$$x \in \left[0; \frac{3}{4} \right] \cup [3; +\infty)$$

<http://megabook.vn/>

Câu 3: Tính $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)} dx = \sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x (\sin x + \cos x)} dx = 2 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x (1 + \cot x)} dx$

Đặt $1 + \cot x = t \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} dx = -dt$

Khi

$x = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow t = 1 + \sqrt{3}; \quad x = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$

s

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{\sin x (1 + \cot x)} dx = \int_{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}}^{1+\sqrt{3}} \frac{1}{t} dt = \ln |t| \Big|_{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}}^{1+\sqrt{3}} = \ln(1+\sqrt{3}) - \ln\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\right) = \ln \sqrt{3}$$

Để độ dài đoạn CD ngắn nhất $\Rightarrow D$ là hình chiếu vuông góc của C trên cạnh AB, gọi tọa độ điểm

$$D(1-a; 5-4a; 4-3a) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (a; 4a-3; 3a-3) \text{ Vì } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{DC} \Rightarrow -a-16a+12-9a+9=0 \Leftrightarrow a = \frac{21}{26}$$

Tọa độ điểm $D \left(\frac{5}{26}; \frac{49}{26}; \frac{41}{26} \right)$

Câu 7a: Gọi số phức $z=a+bi$ Theo bài ra ta có:
$$\begin{cases} |a-2+(b+1)i| = 2 \\ b = a-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 = 4 \\ b = a-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |b = -1 - \sqrt{2} \\ |b = -1 + \sqrt{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} |b = -1 - \sqrt{2} \\ |b = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy số phức cần tìm là: $z = 2 - \sqrt{2} + (-1 - \sqrt{2})i$; $z = 2 + \sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2})i$.

Câu 6b: 1, Ta có: $(1+x)^{100} = C_{100}^0 + C_{100}^1 x + C_{100}^2 x^2 + \dots + C_{100}^{100} x^{100}$ (1)

$$(1-x)^{100} = C_{100}^0 - C_{100}^1 x + C_{100}^2 x^2 - C_{100}^3 x^3 + \dots + C_{100}^{100} x^{100}$$
 (2)

Lấy (1)+(2) ta được: $(1+x)^{100} + (1-x)^{100} = 2C_{100}^0 + 2C_{100}^2 x^2 + 2C_{100}^4 x^4 + \dots + 2C_{100}^{100} x^{100}$

Lấy đạo hàm hai vế theo ẩn x ta được: $100(1+x)^{99} - 100(1-x)^{99} = 4C_{100}^2 x + 8C_{100}^4 x^3 + \dots + 200C_{100}^{100} x^{99}$

Thay x=1 vào $\Rightarrow A = 100 \cdot 2^{99} = 4C_{100}^2 + 8C_{100}^4 + \dots + 200C_{100}^{100}$

Câu 6b: 2, Gọi đường thẳng cần tìm là d và đường thẳng d cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại điểm $A(2+3a; -1+a; -3+2a)$ và $B(3+b; 7-2b; 1-b)$.

Do đường thẳng d đi qua $M(3; 10; 1) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = k \overrightarrow{MB} \overrightarrow{MA}$

$$\overrightarrow{MA} = (3a-1; a-11; -4+2a), \overrightarrow{MB} = (b; -2b-3; -b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-1 = kb \\ a-11 = -2kb-3k \\ -4+2a = -kb \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-kb = 1 \\ +3k+2kb = 11 \\ 2a+kb = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ k=2 \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (2; -10; -2) \\ b=1 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 10 - 10t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Câu 7 b: $\Delta = 24 + 70i$,

$$\sqrt{\Delta} = 7 + 5i \text{ hoặc } \sqrt{\Delta} = -7 - 5i \Rightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = -5 - 4i \end{cases}$$