Đề thi thử THPT Quốc gia lần 1 môn Toán năm 2015 môn - Trường THPT chuyên Đại học Vinh

CÂU HỎI

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+1)x^2 + mx - \frac{1}{3}$ (1), m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để hàm số (1) có cực đại là $y_{CĐ}$ thỏa mãn $y_{CĐ} = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình $\cos 3x - \cos x = 2\sqrt{3}\cos 2x \sin x$.

b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 2z = 3 + 2i$.

Câu 3 (0,5 *điểm*). Giải phương trình $\log_4 x^2 + \log_2(2x-1) = \log_2(4x+3)$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $x^2 + 5x < 4\left(1 + \sqrt{x^3 + 2x^2 - 4x}\right)$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3} - 1}{x+2}\,dx$.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2a$, $AB = a$. Gọi M là trung điểm cạnh BC. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SB.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{ACD} = \alpha$ với $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, điểm H thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HC}$, K là giao điểm của hai đường thẳng AH và BD. Cho biết $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$, $K(1; 0)$ và điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d; tìm tọa độ điểm A thuộc d sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 9 (0,5 *điểm*). Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C; mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn

$$0 < (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \le 2.$$

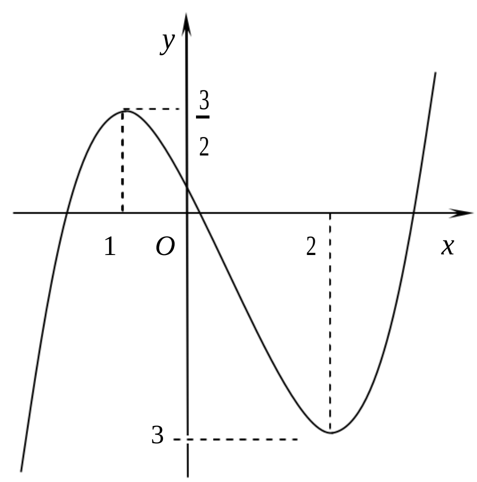
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x + 4^y + 4^z + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \frac{3}{4}(x+y+z)^4$.

------------------ **Hết** ------------------

Ghi chú: *1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 28, 29/3/2015. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.*

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 2 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 18 và ngày 19/4/2015. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 28/3/2015.

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm
	a) *(1,0 điểm)*	
Câu 1. (2,0 điểm)	Khi m 2 hàm số trở thành $y \quad \frac{1}{3}x^3 \ \frac{1}{2}x^2 \ 2x \ \frac{1}{3}$. 1^0. Tập xác định: D . 2^0. Sự biến thiên: *) Chiều biến thiên: Ta có $y \quad x^2 \quad x \ 2, x$. $y \ 0 \ \begin{matrix} x & 1 \\ x & 2 \end{matrix}$; $y \ 0 \ \begin{matrix} x & 1 \\ x & 2 \end{matrix}$; $y \ 0 \ 1 \ x \ 2$. Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng (; 1) và (2;); hàm số nghịch biến trên khoảng (1; 2).	0,5
	*) Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại x 1, $y_{CĐ}\ y(1)\ \frac{3}{2}$; hàm số đạt cực tiểu tại x 2, $y_{CT}\ y(2)$ 3. *) Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x} y \ \lim_{x} x^3 \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{2x} \ \frac{2}{x^2} \ \frac{1}{3x^3}$; $\lim_{x} y \ \lim_{x} x^3 \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{2x} \ \frac{2}{x^2} \ \frac{1}{3x^3}$.	
	*) Bảng biến thiên: x : 1 2 y' : + 0 – 0 + y : ↗ $\frac{3}{2}$ ↘ 3 ↗ 3^0. Đồ thị: 	0,5
	b) *(1,0 điểm)*	
	Ta có $y \ x^2 \ m \ 1x \ m, x$; $y \ 0 \quad \begin{matrix} x & 1 \\ x & m \end{matrix}$ Hàm số có cực đại khi và chỉ khi m 1.	0,5
	Xét hai trường hợp (TH) sau: TH1. m 1. Hàm số đạt cực đại tại $x \ m$, với $y_{CĐ} \ y(m) \ \frac{m^3}{6} \ \frac{m^2}{2} \ \frac{1}{3}$. Ta có $y_{CĐ} \ \frac{1}{3} \ \frac{m^3}{6} \ \frac{m^2}{2} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3}$ $\begin{matrix} m & 3(tm) \\ m & 0(ktm) \end{matrix}$ m 3. TH2. m 1. Hàm số đạt cực đại tại x 1, với $y_{CĐ}\ y(1) \ \frac{m}{} \ \frac{1}{}$.	0,5

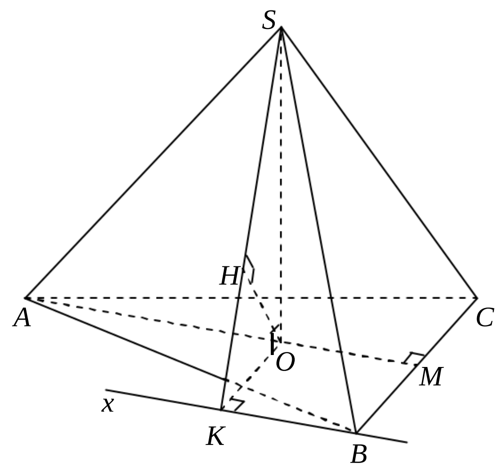
2 2

Ta có $y_{CĐ} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{m}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} m \quad \frac{1}{3}(tm)$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m \quad 3, m \quad \frac{1}{3}$.

Câu 2. (1,0 điểm)	**a)** ***(0,5 điểm)***	
	Phương trình đã cho tương đương với $2\cos 2x \cos x \; 2\sqrt{3}\cos 2x \sin x$ $\quad \cos 2x \; 0$ / $\cos x \; \sqrt{3}\sin x$ $\quad x \; \frac{}{4} \; \frac{k}{2}$ / $x \; \frac{}{6} \; k$ $\quad k.$	0,5
	b) ***(0,5 điểm)***	
	Đặt $z \; a \; bi, (a, b \;)$. Từ giả thiết ta có $a \; bi \; 2 \, a \; bi \; 3 \; 2i \quad 3a \; bi \; 3 \; 2i$ $\quad 3a \; 3$ / $b \; 2$ $\quad a \; 1$ / $b \; 2$ Vậy số phức z có phần thực bằng 1, phần ảo bằng 2.	0,5
Câu 3. (0,5 điểm)	*) Điều kiện: $x \; \frac{1}{2}$. Khi đó phươngtrình đã cho tương đương với $\log_2 x \; \log_2 \; 2x \; 1 \; \log_2 \; 4x \; 3\log_2 \; 2x^2 \; x \; \log_2 \; 4x \; 3$ $2x^2 \; x \; 4x \; 3 \; 2x^2 \; 5x \; 3 \; 0$ $\quad x \; \frac{1}{2}$ / $x \; 3$ Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình đã cho là $x \; 3$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	*) Điều kiện: $x^3 \; 2x^2 \; 4x \; 0$ $\quad x \; 1 \; \sqrt{5}$ / $1 \; \sqrt{5} \; x \; 0.$ Bất phương trình đã cho tương đương với $x^2 \; 2x \; 4 \; 3x \; 4\sqrt{x\,x^2 \; 2x \; 4}$. (1) Xét hai trường hợp sau đây: TH1. Với $1 \; \sqrt{5} \; x \; 0$. Khi đó $x^2 \; 2x \; 4 \; 0$ và $3x \; 0$. Hơn nữa hai biểu thức $x^2 \; 2x \; 4$ và $3x$ không đồng thời bằng 0. Vì vậy $x^2 \; 2x \; 4 \; 3x \; 0 \; 4\sqrt{x}\sqrt{x^2 \; 2x \; 4}$. Suy ra $1 \; \sqrt{5} \; x \; 0$ thỏa mãn bất phương trình đã cho.	0,5
	TH2. Với $x \; 1 \; \sqrt{5}$. Khi đó $x^2 \; 2x \; 4 \; 0$. Đặt $\sqrt{x^2 \; 2x \; 4} \; a \; 0, \sqrt{x} \; b \; 0$. Bất phương trình trở thành $a^2 \; 3b^2 \; 4ab \; a \; b \; a \; 3b \; 0 \; b \; a \; 3b$ $\sqrt{x} \; \sqrt{x^2 2x \; 4} \; 3\sqrt{x}$ $\quad x^2 \; x \; 4 \; 0$ / $x^2 \; 7x \; 4 \; 0$ $\quad \frac{1 \; \sqrt{17}}{2} \; x \; \frac{7 \; \sqrt{65}}{2}$, thỏa mãn. Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $1 \; \sqrt{5} \; x \; 0$; $\frac{1 \; \sqrt{17}}{2} \; x \; \frac{7 \; \sqrt{65}}{2}$.	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	Đặt $\sqrt{x \; 3} \; t$. Ta có $x \; 1 \; t \; 2; x \; 6 \; t \; 3; x \; t^2 \; 3$ và d$x \; 2tdt$. Khi đó $I \; \int_2^3 \frac{t \; 1}{t^2 \; 1} 2tdt \; 2\int_2^3 \frac{t}{t \; 1}$ dt	0,5
	$2\int_2^3 \left(1 \; \frac{1}{t \; 1}\right)dt \; 2 \; t \; \ln\|t \; 1\| \Big\|_2^3 \; 2 \; 1 \; \ln 2$.	0,5

Câu 6. (1,0 điểm)



*) Từ giả thiết suy ra ABC đều và $SA\ \ SB\ \ SC$.

Hạ $SO\ \ (ABC)\ \ O$ là tâm tam giác đều ABC.

Ta có $AB\ \ a\ \ S_{ABC}\ \ \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và

$AM\ \ \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\qquad AO\ \dfrac{2}{3}\ AM\ \ \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$SO\ \ \sqrt{SA^2\ \ AO^2}\ \ \dfrac{a\sqrt{33}}{3}.$

Suy ra $V_{S.ABC}\ \ \dfrac{1}{3}SO.S_{ABC}\ \ \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}.$

0,5

*) Kẻ $Bx\,//\,AM$ mp $(S, Bx)\,//\,AM$

$d(AM, SB)\ \ d\ \ AM, (S, Bx)\ \ d\ O, (S, Bx)$ (1)

Hạ $OK\ \ Bx$, $OH\ \ SK$. Vì $Bx\ \ (SOK)$ nên $Bx\ \ OH\ \ OH\ \ (S, Bx)$ (2)

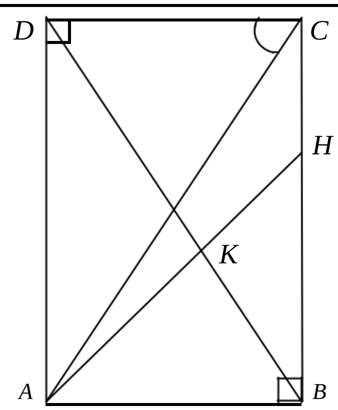
Ta có $OMBK$ là hình chữ nhật nên $OK\ \ MB\ \ \dfrac{a}{2}$.

Vì SOK vuông tại O nên $\dfrac{1}{OH^2}\ \ \dfrac{1}{OK^2}\ \ \dfrac{1}{OS^2}\ \ \dfrac{47}{11a^2}\ OH\ \ \dfrac{a\sqrt{517}}{47}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $d(AM, SB)\ \ OH\ \ \dfrac{a\sqrt{517}}{47}.$

0,5

Câu 7. (1,0 điểm)



Từ giả thiết suy ra H thuộc cạnh BC và $BH\ \ \dfrac{2}{3}BC.$

Vì $BH\,//\,AD$ nên $\dfrac{KH}{KA}\ \ \dfrac{BH}{AD}\ \ \dfrac{2}{3}\ HK\ \ \dfrac{2}{3}KA$. Suy ra

$HA\ \ \dfrac{5}{2}HK\ \ x_A\ \ \dfrac{1}{3};y_A\ \ \dfrac{4}{3}\ \ \dfrac{5}{2}\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\ \ \dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3}$

$A(2; 2).$

Vì ACD vuông tại D và $\cos ACD\ \ \cos\ \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ nên $AD\ \ 2CD, AC\ \ \sqrt{5}\ \ CD.$

0,5

Đặt $CD\ \ a\ (a\ \ 0)\ \ AD\ \ 2a\ \ AB\ \ a, BH\ \ \dfrac{4}{3}a.$

Trong tam giác vuông ABH ta có $AB^2\ \ BH^2\ \ AH^2\ \ \dfrac{25}{9}a^2\ \ \dfrac{125}{9}a\ \ \sqrt{5}.$

Suy ra $AB\ \ \sqrt{5}$, $HB\ \dfrac{4\sqrt{5}}{3}$. (*)

Giả sử $B(x;\ y)$ với $x\ \ 0$, từ (*) ta có $\begin{matrix}(x\ \ 2)^2\ \ (y\ \ 2)^2\ \ 5 \\ x\ \ \dfrac{1}{3}^2\ y\ \ \dfrac{4}{3}^2\ \ \dfrac{80}{9}\end{matrix}\quad\begin{matrix}x\ \ 3, y\ \ 0 \\ x\ \ \dfrac{1}{5}, y\ \ \dfrac{8}{5}\ (ktm)\end{matrix}$

Suy ra $B(3; 0)$. Từ $BC\ \ \dfrac{3}{2}\ BH\ \ C\ \ 1;\ \ 2$. Từ $AD\ \ BC\ \ D\ \ 2; 0$.

0,5

Câu 8. (1,0 điểm)

*) Giả sử $M\ \ d\ \ (P)$. Vì $M\ \ d$ nên $M(t\ \ 2;\ 2t\ \ 1;\ t)$.

Mặt khác $M\ \ (P)$ nên suy ra $(t\ \ 2)\ \ (2t\ \ 1)\ \ (t)\ \ 3\ \ 0\ \ t\ \ 1.$

Suy ra $M(1; 1; 1).$

0,5

*) Ta có $A \quad d$ nên $A(\ a\ \ 2;\ \ 2\,a\ \ 1;\ \ a)$.

Khi đó $d\ \ A, (P)\ \ \ 2\,3 \Leftrightarrow \dfrac{|(a\ \ 2)\ \ (\,2\,a\ \ 1)\ \ (\,a)\ \ 3\,|}{\sqrt{1^2\ \ 1^2\ \ 1^2}}\ \ \ 2\sqrt{3}\ \ \ |a\ \ 1|\ \ \ 3 \quad \begin{matrix} a\ \ 2 \\ a\ \ 4. \end{matrix}$

Suy ra $A(4;\ \ 5;\ \ 2)$ hoặc $A(\ 2;\ 7;\ 4)$.

0,5

Câu 9.

(0,5 điểm)

+) Tổng số kết quả 9 đội bóng bốc thăm ngẫu nhiên vào 3 bảng A, B, C là $C_9^3\ \ C_6^3\ \ C_3^3$.

+) Số kết quả bốc thăm ngẫu nhiên có 3 đội bóng Việt Nam nằm ở ba bảng khác nhau là $3!\,C_6^2\ \ C_4^2\ \ C_2^2$.

Suy ra xác suất cần tính là $P\ \ \dfrac{3!\,C_6^2\ \ C_4^2 C_2^2}{C_9^3 C_6^3\ \ C_3^3}\ \ \dfrac{9}{28}\ \ \ 0{,}32.$

0,5

Câu 10. **(1,0 điểm)**

Từ giả thiết suy ra $0\ \ x,\ \ y, z\ \ 1$ và $x^2\ \ y^2\ \ z^2\ \ \ 1$.

Xét hàm số $g(t)\ \ 4^t\ \ \ 3t\ \ 1,\ t\ \ \ 0;\,1$. Ta có $g'(t)\ \ 4^t\ \ \ \ln 4\ \ 3$.

Suy ra $g(t)\ \ 0\ \ \ t\ \ \log_4 \dfrac{3}{\ln 4}\ \ t_0$; $g\ \ (t)\ \ 0\ \ \ t\ \ t_0$ và $g(t)\ \ 0\ \ \ t\ \ t_0$.

Vì $1\ \ \dfrac{3}{\ln 4}\ \ 4$, nên $0\ \ t_0\ \ \ 1$.

Suy ra bảng biến thiên

t	0		t_0		1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0

Suy ra $g(t)\ \ 0$ với mọi $t\ \ \ 0;\,1$, hay $4^t\ \ \ \ 3t\ \ 1$ với mọi $t\ \ \ 0;\,1$.

Mặt khác, do $0\ \ x, y, z\ \ 1$ nên $x^4\ \ y^4\ \ z^4\ \ \ x^2\ \ \ y^2\ \ \ z^2\ \ \ 1$.

Từ đó ta có $P\ \ 3\ \ 3(\,x\ \ y\ \ z\,)\ \ \ln x^4\ \ \ y^4\ \ \ z^4\ \ \ \ \dfrac{3}{4}\ \ (\,x\ \ y\ \ z)^4$

$3\ 3(\,x\,y\,z\,)\ \ \dfrac{3}{4}(\,x\,y\,z)^4$.

Đặt $x\ \ y\ \ z\ \ u$, khi đó $u\ \ 0$ và $P\ \ 3\ \ 3u\ \ \ \dfrac{3}{4}u^4$.

0,5

Xét hàm số $f(\,u\,)\ \ 3\ \ 3u\ \ \ \dfrac{3}{4}u^4$ với $u\ \ 0$.

Ta có $f(\,u\,)\ \ 3\ \ 3u^3$ và $f(\,u\,)\ \ 0\ \ \ u\ \ 1.$

Suy ra bảng biến thiên

u	0		1		
$f'(u)$		$+$	0	$-$	
$f(u)$		$\nearrow$	$\dfrac{21}{4}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(\,u)\ \ \ \dfrac{21}{4}$ với mọi $u\ \ 0$. Suy ra $P\ \ \ \dfrac{21}{4}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $x\ \ 1, y\ \ z\ \ 0$ hoặc các hoán vị.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{21}{4}$.

0,5