

Đề thi thử đại học năm học 2015-2016 môn Toán lần 2 - Trường THPT Yên Thế

Câu 1 (2,0 điểm).

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp điểm có hoành độ $x = 2$.

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7, x \neq 0$.

b) Giải phương trình $\log_5^2(5x) - 7 \log_{125} x = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x} + 2 \ln x}{x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng

$d: x - 4y - 2 = 0$, cạnh BC song song với đường thẳng d , phương trình đường cao BH là $x + y + 3 = 0$ và trung điểm cạnh AC là $M(1;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin x} = 4 \sqrt{|\sin x|} + \frac{\pi}{4}$.

b) Trong kì thi THPT quốc gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Hoá học. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu; 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Hoá học của An không dưới 9,5 điểm.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($BC // AD$).

Biết đường cao SH bằng a , với H là trung điểm của AD , $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD theo a .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC , M và N lần lượt là trung điểm của AH và BH , trên cạnh CD lấy điểm K sao cho

$MNCK$ là hình bình hành. Biết $M\left(-\frac{9}{2}; -\frac{2}{3}\right)$, $K(9; 2)$ và các đỉnh B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng có

(5 5)

phương trình $2x - y + 2 = 0$ và $x - y - 5 = 0$, hoành độ đỉnh C lớn hơn 4. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải bất phương trình

$$\frac{x-3}{\sqrt[3]{x+1+x+3}} \leq \frac{\sqrt{9-x}}{x} \text{ trên tập số thực.}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn điều kiện $a \geq b \geq c \geq 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{3+ab+bc+ca} + \sqrt{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Điểm
1.a (1,0 điểm)	TXĐ: $D = -\infty; 1 \cup 1; +\infty$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$ nên hàm số (1) nghịch biến trên từng khoảng xác định	0.25
	Tính đúng giới hạn và nêu được hai đường tiệm cận, $x=1$ là tiệm cận đứng, $y=2$ là tiệm cận ngang	0.25
	Lập đúng BBT ()	0.25
	Vẽ đồ thị, nhận xét tâm đối xứng / 1;2 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 10px auto;">f(x)=(2x+1)(x-1)</div>	0.25
1.b (1,0 điểm)	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm ta có $x_0 = 2; y_0 = 5$	0.25
	Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y' _{x=2} = -3$	0.25
	Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x - 2 + 5$	0.25
	Kết luận pt tiếp tuyến $y = -3x + 11$	0.25
Câu 2a (0,5 điểm)	Số hạng tổng quát trong khai triển là: $\binom{7-k}{2} \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \frac{\binom{7-k}{2} C^k}{2} x^{14-3k}$	0.25
	Số hạng trên chứa x^5 khi $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$ Vậy số hạng chứa x^5 là $-\frac{35}{16} x^5$	0.25
Câu 2b (0,5 điểm)	Điều kiện $x > 0$. Ta có $\log_5^2(5x) - 7 \log_{125} x = 1 \Leftrightarrow (1 + \log_5 x)^2 - \frac{7}{3} \log_5 x - 1 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \log_5^2 x - \frac{1}{3} \log_5 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 0 & \begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt{5} \end{cases} \\ \log_5 x = \frac{1}{3} & \end{cases}$ KL	0.25
Câu 3 (1 điểm)	$\int_1^e \left(\frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} + 2 \ln x \right) dx = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx + \int_1^e 2 \ln x dx = J + K$	0.25

	$Ta\ có\ K = \int_1^e 2 \ln x dx = 2x \ln x \Big _1^e - \int_1^e 2 dx = 2x \ln x \Big _1^e - 2x \Big _1^e = 2$	0.25
1	$Đặt\ t = \sqrt{3 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 3 + \ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}$	0.25
x	$Khi\ đó\ J = \int_{\sqrt{3}}^2 2t^2 dt = \frac{2}{3} t^3 \Big _{\sqrt{3}}^2 = \frac{16 - 6\sqrt{3}}{3}$	0.25
	$Vậy\ I = \frac{22 - 6\sqrt{3}}{3}$	
Câu 4 (1,0 điểm)	<p>Ta có $AC \perp BH$; $M(1;1) \in AC$, nên phương trình AC: $x - y = 0$. Toạ độ đỉnh A là nghiệm của hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x - 4y - 2 = 0 \\ -y = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ <p>Vì $M(1;1)$ là trung điểm của AC nên $C\left(\frac{-8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$</p> <p>Vì $BC \parallel d$ nên phương trình BC là $x - 4y + 8 = 0$. Suy ra $BH \cap BC = B(-4;1)$</p> <p>Vậy $A\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $B(-4;1)$, $C\left(-\frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$</p>	0.25
Câu 5a (0,5 điểm)	<p>Điều kiện $\sin x \neq -1$.</p> $\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin x} (\cos x - 1) = 4\sqrt{2} \sin x \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$ $\Leftrightarrow \frac{2 \cos^2 x (\cos x - 1)}{1 + \sin x} = 4 (\sin x + \cos x)$	0.25
	$\Leftrightarrow 1 - \sin x \cos x - 1 = 2 \sin x + \cos x \Leftrightarrow \sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \sin x + 1 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in Z \text{ (Vì } \sin x \neq -1 \text{)}$ <p>KL.</p>	0.25
Câu 5b (0,5 điểm)	<p>Bạn An được không dưới 9,5 điểm khi và chỉ khi trong 5 câu trả lời ngẫu nhiên, An trả lời đúng ít nhất 3 câu.</p> <p>Xác suất trả lời đúng một câu là $0,25$; trả lời sai là $0,75$</p> <p>Xác suất trả lời đúng 3 trên 5 câu là $C_5^3 (0,25)^3 (0,75)^2$</p> <p>Xác suất trả lời đúng 4 trên 5 câu là $C_5^4 (0,25)^4 (0,75)$</p> <p>Xác suất trả lời đúng 5 câu là $(0,25)^5$</p> <p>Vậy xác suất để An được không dưới 9,5 là</p> $C_5^3 (0,25)^3 (0,75)^2 + C_5^4 (0,25)^4 (0,75) + (0,25)^5 = 0,104$	0.25
Câu 6 (1,0 điểm)	<p>Kẻ đường cao BK của hình thang ABCD, ta có</p> $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ <p>Diện tích ABCD là $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$</p> <p>Thể tích khối chóp S.ABCD là $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$</p> <p>Gọi I là trung điểm của BC, Kẻ HJ vuông góc với SI tại J.</p> <p>Vì $BC \perp SH$ và $BC \perp HI$ nên $BC \perp HJ$. Từ đó $HJ \perp (SBC)$</p>	0.25

	<p>Khi đó $d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(H, (SBC)) = HJ$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác có</p> $HJ = \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ <p>Vậy $d(AD, SB) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$</p>	0.25
<p>Câu 7 (1,0 điểm)</p> <p>2</p> <p>CN nên $MK \perp MB$</p> <p>(36</p> <p>(5</p> <p>$c = 4(L)$</p>	<p>MN là đường trung bình của tam giác HAB suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{1}{2}AB$ MNCK là hình bình hành nên $CK \parallel MN$; $CK = MN = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$ suy ra K là trung điểm của CD và N là trực tâm tam giác BCM, do đó $CN \perp MB$ và $MK \parallel CN$ nên $MK \perp MB$</p> <p>$B \in d: 2x - y + 2 = 0 \Rightarrow B(b; 2b + 2), MK = \left(\frac{8}{5}; -\frac{8}{5} \right), MB = \left(b - \frac{9}{5}; 2b + \frac{8}{5} \right)$</p> <p>$C \in d': x - y - 5 = 0 \Rightarrow C(c; c - 5), (c > 4), BC = (c - 1; c - 9), KC = (c - 9; c - 7)$ $BC \cdot KC = 0 \Leftrightarrow (c - 1)(c - 9) + (c - 9)(c - 7) = 0 \Leftrightarrow c = 9 \Rightarrow C(9; 4)$</p> <p>Vì $K(9; 2)$ là trung điểm của CD và $C(9; 4)$ nên $D(9; 0)$</p> <p>Gọi I là trung điểm của BD thì $I(5; 2)$ và I là trung điểm của AC nên $A(1; 0)$</p>	0.25
<p>Câu 8 (1,0 điểm)</p> <p>Xét phương trình</p> <p>ĐK: $-1 \leq x \leq 9, x \neq 0$</p> <p>Khi đó (1) $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x - 2\sqrt{9-x}}{x(3\sqrt{x+1} + x + 3)} \leq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2 - 9(x+1) - 2\sqrt{9-x}(x+3+3\sqrt{x+1})}{x(3\sqrt{x+1} + x + 3)} \leq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{(x+3+3\sqrt{x+1})(x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x})}{(3\sqrt{x+1} + x + 3)} \leq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{x+3(-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x})-x}{x(3\sqrt{x+1} + x + 3)} \leq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{x+1-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x}}{x} \leq 0$</p>		0.25

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1} \sqrt{x+1} \sqrt{9-x}}{x} \leq 0$$

<p>Câu 9 (1,0 điểm)</p>	$\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{x+1+3} + \frac{2}{1-\sqrt{9-x}} \right) \leq 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 8$	
	<p>Đổi chiều điều kiện được nghiệm $0 < x \leq 8$.</p>	
	<p>Ta có $ab + bc + ca \geq 3 \sqrt[3]{abc}$.</p>	0.25
	$(1+a)(1+b)(1+c) = 1 + abc + ca\sqrt{a+b+c} + abc \geq (1 + \sqrt[3]{abc})^3$	
<p>Khi đó $P \leq \frac{2}{3+3t^2} + \frac{t}{t+1}$, với $t = \sqrt[3]{abc}, 0 < t \leq 1$</p>	0.25	
<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{2}{3+3t^2} + \frac{t}{t+1}, 0 < t \leq 1, f'(t) = \frac{t(t+1)(3t^2+t-1)}{3(1+t)^2(1+t^2)^2}$</p>	0.25	
<p>Từ đó suy ra $Max P = \frac{5}{6}$ khi $a = b = c = 1$.</p>	0.25	