

Phương trình - bất phương trình - hệ phương trình đại số

Bài 1. Giải các phương trình chứa căn thức sau:

$$1, \sqrt{x-3} = 5 - \sqrt{3x+4}$$

$$11, \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$$

$$2, x^2 + 5x + 1 = (x+4)\sqrt{x^2+x+1}$$

$$12, \sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$$

$$3, \sqrt[4]{18-x} = 5 - \sqrt[4]{x-1}$$

$$13, x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$$

$$4, 3(2 + \sqrt{x-2}) = 2x + \sqrt{x+6}$$

$$14, \sqrt{5x^2+14x+9} - \sqrt{x^2-x-20} = 5\sqrt{x+1}$$

$$5, \sqrt{2x^2+8x+6} + \sqrt{x^2-1} = 2x+2$$

$$15, 2\sqrt[3]{3x-2} + 3\sqrt{6-5x} = 8$$

$$6, \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$$

$$16, \sqrt{2x+7} - \sqrt{5-x} = \sqrt{3x-2}$$

$$7, \sqrt[3]{x+4} - \sqrt[3]{x-3} = 1$$

$$17, x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2+8x-7} + 1$$

$$8, x + \sqrt{4-x^2} = 2 + 3x\sqrt{4-x^2}$$

$$18, 2x^2 + 4x = \sqrt{\frac{x+3}{2}}$$

$$9, \sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3$$

$$19, -4x^2 + 13x - 5 = \sqrt{3x+1}$$

$$10, x^2 + 2x + 4 = 3\sqrt{x^3+4x}$$

$$20, \sqrt{\frac{5}{4}-x^2} + \sqrt{1-x^2} + \sqrt{\frac{5}{4}-x^2} - \sqrt{1-x^2} = x+1$$

Bài 2. Giải các bất phương trình vô tỷ sau:

$$1, (x-3)\sqrt{x^2-4} \leq x^2-9$$

$$5, \sqrt{x+1} > 3 - \sqrt{x+4}$$

$$2, \sqrt{x+3} \geq \sqrt{2x-8} + \sqrt{7-x}$$

$$6, \sqrt{5x^2+10x+1} \geq 7-x^2-2x$$

$$3, \frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x} < 3$$

$$7, \sqrt{8x^2-6x+1} - 4x + 1 \leq 0$$

$$4, 3\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} < 2x + \frac{1}{2x} - 7$$

$$8, \sqrt{2x-1} + \sqrt{3x-2} < \sqrt{4x-3} + \sqrt{5x-4}$$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau:

$$1, \begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

$$9, \begin{cases} x - \frac{1}{y} = y - \frac{1}{x} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases}$$

$$2, \begin{cases} x(3x + 2y)(x + 1) = 12 \\ x^2 + 2y + 4x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$10, \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x(x + y + 1) + y(y + 1) = 2 \end{cases}$$

$$3, \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^4 - x^2y^2 + y^4 = 13 \end{cases}$$

$$11, \begin{cases} \sqrt{2x + y + 1} - \sqrt{x + y} = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$4, \begin{cases} 3x^2 - 2xy = 16 \\ x^2 - 3xy - 2y^2 = 8 \end{cases}$$

$$12, \begin{cases} (x^2 + 1) + y(y + x) = 4y \\ (x^2 + 1)(y + x - 2) = y \end{cases}$$

$$5, \begin{cases} \sqrt{x + 5} + \sqrt{y - 2} = 7 \\ \sqrt{y + 5} + \sqrt{x - 2} = 7 \end{cases}$$

$$13, \begin{cases} xy + x + 1 = 7y \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 \end{cases}$$

$$6, \begin{cases} x(x + y + 1) - 3 = 0 \\ (x + y)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$$

$$14, \begin{cases} x + \frac{2xy}{\sqrt[3]{x^2 - 2x + 9}} = x^2 + y \\ y + \frac{2xy}{\sqrt[3]{y^2 - 2y + 9}} = y^2 + x \end{cases}$$

$$7, \begin{cases} 2xy + 3x + 4y = -6 \\ x^2 + 4y^2 + 4x + 12y = 3 \end{cases}$$

$$15, \begin{cases} y(36x^2 + 25) = 60x^2 \\ z(36y^2 + 25) = 60y^2 \\ x(36z^2 + 25) = 60z^2 \end{cases}$$

$$8, \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 3(x - y), \\ x^2 + xy + y^2 = 7(x - y)^2 \end{cases}$$

$$16, \begin{cases} x^3 - 8x = y^3 + 2y \\ x^2 - 3 = 3(y^2 + 1) \end{cases}$$

Bài 4. Giải bằng phương pháp hàm số, đánh giá:

$$1, 2^{2x} = 10 - 3x$$

$$5, \lg(x^2 - x - 6) + x = \lg(x + 2) + 4$$

$$2, (5+2\sqrt{6})^x + (5-2\sqrt{6})^x = (\sqrt{3})^{3x}$$

$$6, 9^x + 2(x-2)3^x + 2x - 5 = 0$$

$$3, \sqrt{3x^2+13} = 4x-3 + \sqrt{3x^2+6}$$

$$7, \log_2(1+\sqrt{x}) = \log_3 x$$

$$4, \sqrt[4]{x-1} + \sqrt[4]{17-x} = 2$$

$$8, 4^x + 7^x = 9x + 2$$

Bài 5. Giải các phương trình mũ sau:

$$1, (2+\sqrt{3})^{\frac{2x}{3}} + (2-\sqrt{3})^{\frac{2x}{3}} = 14$$

$$6, (5+\sqrt{21})^x + 7(5-\sqrt{21})^x = 2^{x+3}$$

$$2, 4.3^x - 9.2^x = 5.6^{\frac{x}{2}}$$

$$7, 2.81^{\frac{1}{x}} - 7.36^{\frac{1}{x}} + 5.16^{\frac{1}{x}} = 0$$

$$3, 8^{\frac{x}{x+2}} = 4.3^{4-x}$$

$$8, 2^{x^2-2x}.3^x = \frac{3}{2}$$

$$4, 9^{x^2+x-1} - 10.3^{x^2+x-2} + 1 = 0$$

$$9, x^{\log_9 x-3} = 3^{3(\log_9 x-1)}$$

$$5, 3^{2x} - (2^x + 9).3^x + 9.2^x = 0$$

$$10, x^3.3^x + 27x = x.3^{x+1} + 9x^3$$

Bài 6. Giải các phương trình logarit sau:

$$1, \log_3^2 x + \log_{3x} \frac{3}{x} = 1$$

$$5, \log_{2x^2+5x+2} \log_{8x+10} (x^3 + x^2 - 2) = 0$$

$$2, \log_{\frac{5}{x}} 5 + \log_5 25x = 3$$

$$7, \log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0$$

$$3, \log_{x^3+2x} (x^2-3) = \log_{4x^2-3} (x^2-3)$$

$$8, \log_x 2 + 2 \log_{2x} 4 = \log_{\sqrt{2x}} 8$$

$$4, (2 - \log_3 x) \log_{9x} 3 - \frac{4}{1 - \log_3 x} = 1$$

$$9, \log_2^2 x + (x-4) \log_2 x - x + 3 = 0$$

$$9, \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+1} - \log_{\frac{1}{2}} (3-x) - \log_8 (x-1)^3 = 0$$

$$10, \log_2(x - \sqrt{x^2 - 2}) + 3\log_2(x + \sqrt{x^2 - 2}) = 5$$

$$11, \log_3(3^x - 1)\log_3(3^{x+1} - 3) = 6$$

Bài 7. Giải các bất phương trình mũ:

$$1, 9^{x^2-2x} - 2\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2} \leq 3$$

$$4, 2^{3x+1} - 7 \cdot 2^{2x} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$$

$$2, 3^{2x+1} - 2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x \leq 0$$

$$5, \frac{2^{2x^2-4x-2} - 16 \cdot 2^{2x-x^2-1} - 2}{x+1} \leq 0$$

$$3, 2^x + \frac{2^x}{\sqrt{2^x-1}} > \frac{35}{12}$$

$$6, 2^{x^2+\sqrt{x-1}-1} + 2 \leq 2^{x^2} + 2^{\sqrt{x-1}}$$

Bài 8. Giải các bất phương trình logarit:

$$1, \log_{x+1}(-2x) > 2$$

$$4, \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + \frac{1}{2}\log_2(x-1)^2 \geq \frac{1}{2}$$

$$2, (\log_x 8 + \log_4 x^2)\log_2 \sqrt{2x} \geq 0$$

$$5, \log_3 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3) < 1$$

$$3, \log_{x-2} \frac{2x^2 + 3}{3x + 8} < 0$$

$$6, \frac{\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) - 2}{2x-1} \geq 0$$

Bài 9. Giải các hệ phương trình mũ, logarit:

$$1, \begin{cases} \ln(1+x) - \ln(1+y) = x-y \\ x^2 - 12xy + 20y^2 = 0 \end{cases}$$

$$5, \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 \\ y + \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 \end{cases}$$

$$2, \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$6, \begin{cases} \lg(x^2 + y^2) - 1 = \lg 13 \\ \lg(x+y) = \lg(x-y) + 3\lg 2 \end{cases}$$

$$3, \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2 \end{cases}$$

$$7, \begin{cases} 27(x+y) \cdot 3^{y-x} = 5 \\ 3\log_5(x+y) = x-y \end{cases}$$

$$4, \begin{cases} 2^{2x} + 4^{2y} = 1 \\ 2^x + 4^y + 2^{x+2y} = 1 \end{cases}$$

$$8, \begin{cases} 2^{\sqrt{x+1}} = y - \sqrt{y+1} + 1 \\ \sqrt{y+1} = 2^{2\sqrt{x+2}} - 2^{\sqrt{x+1}} + 1 \end{cases}$$

Bài 10. Tìm tham số m để phương trình:

1, $\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm

2, $\sqrt[4]{x^4 - 13x + m} + x - 1 = 0$ có đúng một nghiệm

3, $\log_2(x^3 + 4mx) + \log_{\frac{1}{2}}(2x - 2m + 1) = 0$ có nghiệm

Bài 11. Tìm tham số m để bất phương trình:

1, $\log_{\frac{m+1}{m+2}}(x^2 + 3) > 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ 2, $m \cdot 2^x - \sqrt{2^x - 3} \leq m + 1$ có nghiệm

3, $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$

Bài 12. Tìm tham số m để hệ phương trình:

1, $\begin{cases} 2x - y - m = 0 \\ x + \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất 2, $\begin{cases} 7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2010x \leq 2010 \\ x^2 - (m+2)x + 2m + 3 \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm

3, $\begin{cases} (x^2 + 1)^m + (n^2 + 1)^y = 2 \\ m + nxy + x^2y = 1 \end{cases}$ có nghiệm với mọi $n \in \mathbb{R}$

Bài 13. Chứng minh rằng hệ
$$\begin{cases} e^x = 2007 - \frac{y}{\sqrt{y^2 - 1}} \\ e^y = 2007 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \end{cases}$$
 có đúng 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $x > 0, y > 0$

Bài 14. Xác định m để bpt: $9^{2x^2-x} - 2(m-a).6^{2x^2-x} + (m+1).4^{2x^2-x} \geq 0$ **nghiệm đúng với mọi thỏa mãn $|x| \geq 1$**

Bài 15. Xác định m để pt $\log_3 x \cdot \log_3 (x^2 - 2x + 3) - m \log_3 x - 2 \log_3 (x^2 - 2x + 3) + 2m = 0$ **có 3 nghiệm phân biệt**

Hocmai.vn