

## 50 đề luyện thi đại học môn Toán

### ĐỀ SỐ 31

#### **CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + 5x + m^2 + 6}{x + 3}$  (1) (m là tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- 2) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

#### **CÂU 2:** (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $\frac{\cos^2 x (\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$

2) Cho hàm số:  $f(x) = x \log_x 2$  ( $x > 0, x \neq 1$ )

Tính  $f(x)$  và giải bất phương trình  $f(x) \leq 0$

#### **CÂU 3:** (3 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho  $\Delta ABC$  có đỉnh  $A(1; 0)$  và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ B và C có phương trình tương ứng là:

$$x - 2y + 1 = 0 \text{ và } 3x + y - 1 = 0 \quad \text{Tính diện tích } \Delta ABC.$$

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho mặt phẳng

$$(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0 \quad (m \text{ là tham số})$$

$$\text{và mặt cầu (S): } (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$$

Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S). Với m tìm được, hãy xác định tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

3) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ , cạnh SA vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Gọi M là trung điểm của SC. Chứng minh rằng  $\Delta AMB$  cân tại M và tính diện tích  $\Delta AMB$  theo a.

**CÂU 4: (2 điểm)**

1) Từ 9 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn mà mỗi số gồm 7 chữ số khác nhau?

2) Tính tích phân: 
$$I = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$$

**CÂU 5: (1 điểm)**

Tìm các góc A, B, C của  $\Delta ABC$  để biểu thức:  $Q = \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**ĐỀ SỐ 32**

**CÂU 1: (2 điểm)**

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C) của hàm số:  $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$

2) Gọi  $d_k$  là đường thẳng đi qua điểm  $M(0; -1)$  và có hệ số góc bằng k. Tìm k để đường thẳng  $d_k$  cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

**CÂU 2: (2 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\cot gx = \operatorname{tg} x + \frac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

2) Giải phương trình:  $\log_5(5^x - 4) = 1 - x$

**CÂU 3: (3 điểm)**

1) Trong không gian với hệ tọa độ Đềcác Oxyz cho hai điểm  $A(2; 1; 1)$ ,  $B(0; -1; 3)$  và đường thẳng d: 
$$\begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của AB và vuông góc với AB. Gọi K là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), chứng minh rằng d vuông góc với IK.

b) Viết phương trình tổng quát của hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng có phương trình:  $x + y - z + 1 = 0$ .

2) Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AD = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ . Tính diện tích của  $\Delta BCD$  theo  $a, b, c$  và chứng minh rằng:

$$2S \geq \sqrt{abc(a + b + c)}$$

**CÂU 4: (2 điểm)**

1) Tìm số tự nhiên  $n$  thoả mãn:  $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$   
 trong đó  $C_n^k$  là số tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử.

2) Tính tích phân:  $I = \int_1^e \frac{x^2 + 1}{x} \ln x dx$

**CÂU 5: (1 điểm)**

Xác định dạng của  $\Delta ABC$ , biết rằng:

$$(p - a)\sin^2 A + (p - b)\sin^2 B = c \sin A \sin B$$

trong đó  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ ,  $p = \frac{a + b + c}{2}$

**ĐỀ SỐ 33**

**CÂU 1: (2,5 điểm)**

1) Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$  (\*)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số khi  $m = 1$ .
- b) Tìm những điểm trên  $(C)$  có tọa độ là những số nguyên.
- c) Xác định  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị của hàm số (\*) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $OA$  vuông góc với  $OB$ .

**CÂU 2: (1 điểm)**

Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 = 9$  và điểm A(1; 2). Hãy lập phương trình của đường thẳng chứa dây cung của (C) đi qua A sao cho độ dài dây cung đó ngắn nhất.

**CÂU 3: (3,5 điểm)**

1) Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + y = 2m + 1 \end{cases}$$

a) Giải và biện luận hệ phương trình đã cho.

b) Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất, hãy tìm những giá trị của

m sao cho nghiệm  $(x_0; y_0)$  thoả mãn điều kiện 
$$\begin{cases} x_0 > 0 \\ y_0 > 0 \end{cases}$$

2) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a)  $\sin(\pi \cos x) = 1$

b)  $2 \log_5 x - \log_x 125 < 1$

c)  $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$

**CÂU 4: (1 điểm)**

1) Tìm số giao điểm tối đa của

a) 10 đường thẳng phân biệt.

b) 6 đường tròn phân biệt.

2) Từ kết quả của 1) hãy suy ra số giao điểm tối đa của tập hợp các đường nói trên.

**CÂU 5: (2 điểm)**

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bên bằng a và mặt chéo SAC là tam giác đều.

1) Tìm tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

2) Qua A dựng mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với SC. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  và hình chóp.

**ĐỀ SỐ 34**

**CÂU 1: (2 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x-1}{2x-1}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Tìm các điểm trên đồ thị hàm số có tọa độ là các số nguyên.

**CÂU 2: (2 điểm)**

- 1) Giải phương trình:  $\operatorname{tg}2x - \operatorname{tg}x = \frac{1}{3}\cos x \sin 3x$
- 2) Giải bất phương trình:  $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+2) + \log_{\sqrt{3}}(4-x) < 0$

**CÂU 3: (1 điểm)**

Cho phương trình:  $(\sqrt{2}+1)^{x^2} + (\sqrt{2}-1)^{x^2-1} + m = 0$  (1) ( $m$  là tham số)

Tìm  $m$  để phương trình (1) có nghiệm.

**CÂU 4: (3 điểm)**

1) Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy  $AB = a$ , đường cao  $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  vuông góc với  $SC$  cắt  $SB, SC, SD$  lần lượt tại  $B'C'D'$ . Tính diện tích tứ giác  $AB'C'D'$  theo  $a$ .

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các  $Oxyz$  cho  $A(1; 1; 2), B(-2; 1; -1) C(2;-2; 1)$

- a) Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ .
- b) Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $O$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .

c) Tính thể tích tứ diện OABC.

**CÂU 5: (2 điểm)**

1) Cho đa giác lồi có  $n$  cạnh. Xác định  $n$  để đa giác có số đường chéo gấp đôi số cạnh.

2) Tính tích phân:  $I = \int_0^1 \frac{x^2}{(x+1)\sqrt{x+1}} dx$

**ĐỀ SỐ 35**

**CÂU 1: (3,5 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$  (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- 2) Tìm  $m$  để đường thẳng (d) có phương trình  $y = mx$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- 3) Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C); tiệm cận xiên và các đường thẳng  $x = 2$ ;  $x = 4$ .

**CÂU 2: (1 điểm)**

Giải phương trình:  $(\sin x + \cos x)^3 - \sqrt{2}(\sin 2x + 1) + \sin x + \cos x - \sqrt{2} = 0$

**CÂU 3: (2 điểm)**

Cho phương trình:  $x^2 - \sqrt{4 - x^2} + m = 0$  (2)

- 1) Giải phương trình (2) khi  $m = 2$ .
- 2) Xác định  $m$  để phương trình (2) có nghiệm.

**CÂU 4: (1 điểm)**

Cho các chữ số: 0, 1, 2, 3, 4. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau lập từ các chữ số trên?

**CÂU 5: (2,5 điểm)**

Cho elip (E) có hai tiêu điểm là  $F_1(-\sqrt{3};0)$ ;  $F_2(\sqrt{3};0)$  và một đường chuẩn có phương trình:  $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ .

- 1) Viết phương trình chính tắc của (E).
- 2) M là điểm thuộc (E). Tính giá trị của biểu thức:

$$P = F_1M^2 + F_2M^2 - 3OM^2 - F_1M \cdot F_2M$$

- 3) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với trục hoành và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho  $OA \perp OB$ .

**ĐỀ SỐ 36**

**CÂU 1: (2,5 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Tìm trên đường thẳng  $x = 1$  những điểm M sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến tới (C) và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

**CÂU 2: (1,5 điểm) Giải các phương trình:**

- 1)  $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$

$$2) \frac{\sin 3x}{3} = \frac{\sin 5x}{5}$$

**CÂU 3: (2 điểm)**

Giải các bất phương trình:

$$1) (2,5)^x - 2(0,4)^{x+1} + 1,6 < 0$$

$$2) \sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5}$$

**CÂU 4: (2 điểm)** Cho  $I_n = \int_0^1 x^2(1-x^2)^n dx$  và  $J_n = \int_0^1 x(1-x^2)^n dx$

với n nguyên dương.

1) Tính  $J_n$  và chứng minh bất đẳng thức:  $I_n \leq \frac{1}{2(n+1)}$

2) Tính  $I_{n+1}$  theo  $I_n$  và tìm  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}$

**CÂU 5: (2 điểm)**

1) Trong mặt phẳng (P) cho đường thẳng (D) cố định, A là một điểm cố định nằm trên (P) và không thuộc đường thẳng (D); một góc vuông xAy quay quanh A, hai tia Ax và Ay lần lượt cắt (D) tại B và C. Trên đường thẳng (L) qua A và vuông góc với (P) lấy điểm S cố định khác A. Đặt SA = h và d là khoảng cách từ điểm A đến (D). Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện SABC khi xAy quay quanh A.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho  $\Delta ABC$ . Điểm  $M(-1; 1)$  là trung điểm của cạnh BC; hai cạnh AB và AC theo thứ tự nằm trên hai đường thẳng có phương trình là:  $x + y - 2 = 0$ ;  $2x + 6y + 3 = 0$ .

Xác định tọa độ ba đỉnh A, B, C.



**CÂU 1: (3 điểm)**

Cho hàm số:  $y = x^3 - 3mx + 2$  có đồ thị là  $(C_m)$  ( $m$  là tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C_1)$  của hàm số khi  $m = 1$ .
- 2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C_1)$  và trục hoành.
- 3) Xác định  $m$  để  $(C_m)$  tương ứng chỉ có một điểm chung với trục hoành.

**CÂU 2: (1 điểm)**

- 1) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $n$  ta đều có:

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$$

- 2) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau nhỏ hơn 245.

**CÂU 3: (1,5 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x - y)(x^2 - y^2) = 3 \\ (x + y)(x^2 + y^2) = 15 \end{cases}$$

- 2) Giải phương trình:  $\sqrt[3]{x + 7} = 1 + \sqrt{x}$

**CÂU 4: (1,5 điểm)**

Cho phương trình:  $\cos 2x + (2m - 1)\cos x + 1 - m = 0$  ( $m$  là tham số)

- 1) Giải phương trình với  $m = 1$ .
- 2) Xác định  $m$  để phương trình có nghiệm trong khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**CÂU 5: (3 điểm)**

- 1) Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$ . Gọi  $M$ ,  $N$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD$ ,  $BC$  và  $SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $SD$  tại  $Q$ . Chứng minh rằng  $MNPQ$  là hình thang cân và tính diện tích của nó.

- 2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các  $Oxyz$  cho hai đường thẳng:

$$(D_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases} \quad \text{và} \quad (D_2): \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = t' \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbf{R})$$

a) Chứng minh  $(D_1)$ ,  $(D_2)$  chéo nhau và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng ấy.

b) Tìm hai điểm A, B lần lượt trên  $(D_1)$ ,  $(D_2)$  sao cho AB là đoạn vuông góc chung của  $(D_1)$  và  $(D_2)$ .

### **ĐỀ SỐ 38**

#### **CÂU 1: (3 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m = 1$ .
- 2) Xác định  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$
- 3) Với giá trị nào của  $m$  thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 4 (đơn vị diện tích).

#### **CÂU 2: (2 điểm)**

Cho phương trình:  $(3 + 2\sqrt{2})^{\text{tg}x} + (3 - 2\sqrt{2})^{\text{tg}x} = m$

- 1) Giải phương trình khi  $m = 6$ .
- 2) Xác định  $m$  để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

#### **CÂU 3: (2 điểm)**

1) Giải bất phương trình:  $\log_4(3^x - 1) \log_{\frac{1}{4}} \frac{3^x - 1}{16} \leq \frac{3}{4}$

2) Tính tích phân:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$

**CÂU 4: (2 điểm)**

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho  $\Delta ABC$  và điểm  $M(-1; 1)$  là trung điểm của  $AB$ . Hai cạnh  $AC$  và  $BC$  theo thứ tự nằm trên hai đường:

$$2x + y - 2 = 0 \quad \text{và} \quad x + 3y - 3 = 0$$

1) Xác định tọa độ ba đỉnh  $A, B, C$  của tam giác và viết phương trình đường cao  $CH$ .

2) Tính diện tích  $\Delta ABC$ .

**CÂU 5: (1 điểm)**

Giả sử  $x, y$  là các nghiệm của hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 2a - 1 \\ x^2 + y^2 = a^2 + 2a - 3 \end{cases}$$

Xác định  $a$  để tích  $P = x.y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**ĐỀ SỐ 39**

**CÂU 1: (2 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

2) Biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình:  $\frac{x^2 + |x| - 5}{|x| - 2} = m$

**CÂU 2: (2 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sqrt{1 + \sin x} + \cos x = 0$

2) Giải bất phương trình:  $2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x} \leq 4$

**CÂU 3: (1 điểm)**

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7(x - y) \\ x^2 + y^2 = x + y + 2 \end{cases}$$

**CÂU 4: (1,5 điểm)**

Tính các tích phân sau:  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x (\sin^4 x + \cos^4 x) dx$       $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$

**CÂU 5: (3,5 điểm)**

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác Oxy cho đường tròn (S) có phương trình:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \text{ và điểm } M(2 ; 4)$$

- a) Chứng minh rằng điểm M nằm trong đường tròn.
- b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M, cắt đường tròn tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.
- c) Viết phương trình đường tròn đối xứng với đường tròn đã cho qua đường thẳng AB.

2) Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a. Chứng minh rằng:

- a) Đáy ABCD là hình vuông.
- b) Chứng minh rằng năm điểm S, A, B, C, D cùng nằm trên một mặt cầu. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu đó.

**ĐỀ SỐ 40**

**CÂU 1: (2 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + (2m - 3)x + m - 1}{x - (m - 1)}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m = 2$ .
- 2) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trong khoảng  $(0; +\infty)$ .

**CÂU 2: (2 điểm)**

1) Tính tích phân:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt[3]{\sin x}) dx$

- 2) Từ 5 chữ số 0, 1, 2, 5, 9 có thể lập được bao nhiêu số lẻ, mỗi số gồm 4 chữ số khác nhau.

**CÂU 3: (3 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sin 2x + 4(\cos x - \sin x) = 4$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 3x + 4 \\ 2y^2 - x^2 = 3y + 4 \end{cases}$$

3) Cho bất phương trình:  $\log_5(x^2 + 4x + m) - \log_5(x^2 + 1) < 1$

Tìm  $m$  để bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc khoảng  $(2 ; 3)$

**CÂU 4: (3 điểm)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho hai đường thẳng  $(\Delta_1)$  và

$(\Delta_2)$  có phương trình:  $\Delta_1: \begin{cases} x - 8y + 23 = 0 \\ y - 4z + 10 = 0 \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

- 1) Chứng minh  $(\Delta_1)$  và  $(\Delta_2)$  chéo nhau.

2) Viết phương trình đường thẳng ( $\Delta$ ) song song với trục Oz và cắt các đường thẳng ( $\Delta_1$ ) và ( $\Delta_2$ ).

### ĐỀ SỐ 41

#### **CÂU 1: (2,5 điểm)**

Cho hàm số:  $y = x^3 - mx^2 + 1$  ( $C_m$ )

1) Khi  $m = 3$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tìm trên đồ thị hàm số tất cả các cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

2) Xác định  $m$  để đường cong ( $C_m$ ) tiếp xúc với đường thẳng (D) có phương trình  $y = 5$ . Khi đó tìm giao điểm còn lại của đường thẳng (D) với đường cong ( $C_m$ ).

#### **CÂU 2: (1,5 điểm)**

1) Giải bất phương trình:  $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{x+1}{x+3}} - (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x-3}{x-1}} \geq 0$

2) Giải phương trình:  $(x + 1)\log_3^2 x + 4x \log_3 x - 16 = 0$

#### **CÂU 3: (2 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{5-x} + \sqrt{(x+2)(5-x)} = 4$

2) Giải phương trình:  $2\cos 2x - 8\cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$

**CÂU 4: (2 điểm)**

1) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác Oxyz cho điểm A(-1; 2; 5), B(11; -16; 10). Tìm trên mặt phẳng Oxy điểm M sao cho tổng các khoảng cách từ M đến A và B là bé nhất.

2) Tính tích phân:  $I = \int_2^3 \frac{x^7}{1+x^8-2x^4} dx$

**CÂU 5: (2 điểm)**

Trên tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc lần lượt lấy các điểm khác O là M, N và S với OM = m, ON = n và OS = a.

Cho a không đổi, m và n thay đổi sao cho  $m + n = a$ .

1) a) Tính thể tích hình chóp S.OMN

b) Xác định vị trí của các điểm M và N sao cho thể tích trên đạt giá trị lớn nhất.

2) Chứng minh:  $\widehat{OSM} + \widehat{MSN} + \widehat{NSO} = 90^\circ$

**ĐỀ SỐ 42**

**CÂU 1: (2 điểm)**

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số:  $y = \frac{x+1}{x-2}$

2) Tìm các điểm trên đồ thị (C) của hàm số có tọa độ là những số nguyên.

3) Tìm các điểm trên đồ thị (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến hai tiệm cận là nhỏ nhất.

**CÂU 2: (2 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} - \sqrt{x-1} = 0$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \log_x(3x+2y) = 2 \\ \log_y(3y+2x) = 2 \end{cases}$$

**CÂU 3: (1 điểm)**

Giải phương trình lượng giác:  $2\sin^3 x + \cos 2x - \cos x = 0$

**CÂU 4: (2 điểm)**

Cho D là miền giới hạn bởi các đường  $y = \tan^2 x$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$  và  $x = \frac{\pi}{4}$ .

1) Tính diện tích miền D.

2) Cho D quay quanh Ox, tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành.

**CÂU 5: (1,5 điểm)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đêcác Oxyz cho ba điểm A(1; 4; 0), B(0; 2; 1), C(1; 0; -4).

1) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua điểm C và vuông góc với đường thẳng AB.

2) Tìm tọa độ điểm C' đối xứng với điểm C qua đường thẳng AB.

**CÂU 6: (1,5 điểm)**

1) Giải phương trình:  $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$  ( $x \geq 3, x \in \mathbf{N}$ )

2) Chứng minh rằng:  $C_{20}^1 + C_{20}^3 + C_{20}^5 + \dots + C_{20}^{17} + C_{20}^{19} = 2^{19}$



**ĐỀ SỐ 43**

**CÂU 1: (2,5 điểm)**

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2}{x-1}$ .

2) Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình:  $\frac{x^2}{|x|-1} = m$

**CÂU 2: (2,5 điểm)**

1) Chứng minh rằng nếu x, y là hai số thực thoả mãn hệ thức:

$$x + y = 1 \text{ thì } x^4 + y^4 \geq \frac{1}{8}$$

2) Giải phương trình:  $4x^2 + x \cdot 2^{x^2+1} + 3 \cdot 2^{x^2} > x^2 \cdot 2^{x^2} + 8x + 12$

**CÂU 3: (2,5 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\frac{4\sin^2 2x + 6\sin^2 x - 9 - 3\cos 2x}{\cos x} = 0$

2) Các góc của  $\Delta ABC$  thoả mãn điều kiện:

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 3(\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C)$$

Chứng minh rằng  $\Delta ABC$  là tam giác đều.

**CÂU 4: (2,5 điểm)**

1) Tính tích phân:  $\int_1^e x^2 \ln^2 x dx$

2) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với các cạnh bằng a. Giả sử M, N lần lượt là trung điểm của BC, DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và MN theo a.

**ĐỀ SỐ 44**

**CÂU 1: (3 điểm)**

Cho hàm số:  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x + 1$  (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 2$ .
- 2) Xác định  $m$  sao cho hàm số (1) đồng biến trên tập xác định.
- 3) Xác định  $m$  sao cho hàm số (1) có một cực đại và một cực tiểu. Tính tọa độ của điểm cực tiểu.

**CÂU 2: (2 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$

2) Tìm  $m$  để phương trình:  $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$

có nghiệm thuộc khoảng  $[32; +\infty)$ .

**CÂU 3: (2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y^2 = 9 \\ 2x^2 - 13xy + 15y^2 = 0 \end{cases}$$

2) Tính tích phân:  $\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} dx$

**CÂU 4: (1,5 điểm)**

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh  $a$  và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đặt  $SA = h$ .

- 1) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) theo a và h.
- 2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và H là trực tâm tam giác SBC. Chứng minh:  $OH \perp (SBC)$ .

**CÂU 5: (1,5 điểm)**

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho đường thẳng d và mặt phẳng (P):

$$d: \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 2y - 3z = 0 \end{cases} \quad (P): x + y + z - 3 = 0$$

- 1) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và qua điểm M(1; 0; -2).
- 2) Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P).

**ĐỀ SỐ 45**

**CÂU 1: (3 điểm)**

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$  (C)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C).
- 2) Lập phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ  $x = 0$ .
- 3) Tìm hệ số góc của đường thẳng nối điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị (C).

**CÂU 2: (2,5 điểm)**

1) Giải phương trình:  $9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x$ .

2) Tính:  $\int_0^2 \frac{3x^3 dx}{x^2 + 2x + 1}$

**CÂU 3: (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^3 + y^3 = 26 \end{cases}$$

2) Tính góc C của  $\Delta ABC$  nếu:  $(1 + \cot gA)(1 + \cot gB) = 2$

**CÂU 4: (2 điểm)**

Trong không gian với hệ toạ độ Đề các Oxyz :

1) Cho 2 đường thẳng:

$$(\Delta_1): \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad (\Delta_2): \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Chứng minh  $(\Delta_1)$  và  $(\Delta_2)$  chéo nhau.

2) Cho 2 điểm  $A(1 ; 1 ; -1)$ ,  $B(3 ; 1 ; 1)$  và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$x + y + z - 2 = 0$$

Tìm trên mặt phẳng (P) các điểm M sao cho  $\Delta MAB$  là tam giác đều.

**ĐỀ SỐ 46**

**CÂU 1: (2,5 điểm)**

Cho hàm số:  $y = x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x$  (1)

1) Với  $m = 1$ ;

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Cho điểm  $A(-2; -2)$ , tìm toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua tâm đối xứng của đồ thị (C).

2) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có các hoành độ lập thành một cấp số cộng.

**CÂU 2:** (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $\sin x \cos 4x + \cos 2x \sin 3x = 0$

2) Cho  $\Delta ABC$  cạnh  $a, b, c$  thỏa mãn hệ thức:  $2b = a + c$ .

Chứng minh rằng:  $\cot g \frac{A}{2} \cot g \frac{C}{2} = 3$ .

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Giải bất phương trình:  $\lg(x^2 - 3) > \frac{1}{2} \lg(x^2 - 2x + 1)$

2) Tìm  $a$  để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất: 
$$\begin{cases} xy + x^2 = a(y - 1) \\ xy + y^2 = a(x - 1) \end{cases}$$

**CÂU 4:** (1,5 điểm)

1) Tính tích phân:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \cos x - 3 \sin x + 1}{4 \sin x + 3 \cos x + 5} dx$

2) Tính tổng:  $P = C_{10}^1 - 3C_{10}^2 + 3^2 C_{10}^3 - 3^3 C_{10}^4 + 3^4 C_{10}^5 - 3^5 C_{10}^6 + 3^6 C_{10}^7 - 3^7 C_{10}^8 + 3^8 C_{10}^9 - 3^9 C_{10}^{10} + 3^{10} C_{10}^{10}$

**CÂU 5:** (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình: (P):  $y - 2z + 1 = 0$  (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$ .

Chứng minh rằng mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau. Xác định tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến.

2) Cho hình chóp đều S.ABC đỉnh S, chiều cao là  $h$ , đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Qua cạnh AB dựng mặt phẳng vuông góc với SC. Tính diện tích thiết diện tạo thành theo  $a$  và  $h$ .

**ĐỀ SỐ 47**

**CÂU 1:** (2,5 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 + 2m^2x + m^2}{x + 1}$  ( $m$  là tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m = 0$ .
- 2) Tìm  $m$  để trên đồ thị có hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**CÂU 2:** (2 điểm)

- 1) Giải phương trình:  $3^{2x^2+2x+1} - 28.3^{x^2+x} + 9 = 0$
- 2) Cho  $\Delta ABC$ . Chứng minh rằng nếu  $\frac{\text{tg}B}{\text{tg}C} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 C}$  thì tam giác đó là tam

giác vuông hoặc cân.

**CÂU 3:** (2 điểm)

- 1) Tính tích phân:  $\int_1^9 x \sqrt[3]{1-x} dx$
- 2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + x = y^2 + y \\ x^2 + y^2 = 3(x + y) \end{cases}$$

**CÂU 4:** (2,5 điểm)

1) Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có góc giữa mặt bên và mặt đáy là  $\alpha$  và  $SA = a$ . Tính thể tích hình chóp đã cho.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các  $Oxyz$  với hệ tọa độ vuông góc

$Oxyz$ , cho hai đường thẳng:  $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$        $\Delta_2:$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho.

**CÂU 5:** (1 điểm)

Chúng minh rằng:  $P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \dots + nP_n = P_{n+1} - 1$

Trong đó  $n$  là số tự nhiên nguyên dương và  $P_n$  là số hoán vị của  $n$  phần tử.

**ĐỀ SỐ 48****CÂU 1:** (3 điểm)

Cho hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
- 2) Đường thẳng (d) đi qua điểm  $A(-3; 1)$  có hệ góc là  $k$ . Xác định  $k$  để (d) cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

**CÂU 2:** (2,5 điểm)

1) Giải phương trình:  $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x^2 + 2x)(3x + y) = 18 \\ x^2 + 5x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Giải bất phương trình:  $\log_4 x^2 + \log_8 (x-1)^3 \leq 1$

2) Tìm giới hạn: 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 1} + \sqrt{2x^2 + 1}}{1 - \cos x}$$

**CÂU 4:** (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho hai điểm  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 4)$ .  
Tìm trên tia Ox một điểm P sao cho  $AP + PB$  là nhỏ nhất.

**CÂU 5:** (1 điểm)

Tính tích phân:  $I = \int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+2}} dx$

**ĐỀ SỐ 49****CÂU 1:** (2,5 điểm)

Cho hàm số:  $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$  (1) (m là

tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi  $m = 0$ .
- 2) Xác định  $m$  để hàm số (1) đồng biến trong khoảng:  $0 < x < 3$

**CÂU 2:** (2 điểm)

- 1) Giải phương trình:  $\sqrt[3]{2x+1} + \sqrt[3]{2x+2} + \sqrt[3]{2x+3} = 0$  (1)
- 2) Cho phương trình:  $\sin 2x - 3m\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1 - 6m^2 = 0$ 
  - a) Giải phương trình với  $m = 1$ .
  - b) Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình (1) có nghiệm.

**CÂU 3:** (1 điểm)



Giải hệ bất phương trình: 
$$\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 < 0 \\ x^3 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

**CÂU 4:** (3 điểm)

1) Cho mặt phẳng (P):  $2x + y + z - 1 = 0$  và đường thẳng (d):

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$$

Viết phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của (P) và (d), vuông góc với (d) và nằm trong (P).

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đềcác Oxyz cho 4 điểm: A(1; -1; 1), B(1; 3; 1), C(4; 3; 1), D(4; -1; 1)

a) Chứng minh rằng A, B, C và D là bốn đỉnh của hình chữ nhật.

b) Tính độ dài đường chéo AC và tọa độ giao điểm của AC và BD.

**CÂU 5:** (1,5 điểm) Tính:

$$1) I = \int_0^1 (x^2 + 2x)e^{-x} dx \quad 2) J = \int_0^{\pi} \sin^6 \frac{x}{2} dx$$

**ĐỀ SỐ 50****CÂU 1:** (2 điểm)

Cho đường cong  $(C_m): y = x^3 + mx^2 - 2(m+1)x + m + 3$   
và đường thẳng  $(D_m): y = mx - m + 2$   $m$  là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C_{-1})$  của hàm số với  $m = -1$ .

2) Với giá trị nào của  $m$ , đường thẳng  $(D_m)$  cắt  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt?

**CÂU 2:** (2 điểm)

1) Tính tích phân:  $I = \int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}$

2) Chứng minh rằng:  $C_n^0 C_n^1 \dots C_n^n \leq \left( \frac{2^n - 2}{n-1} \right)^{n-1} \quad n \in \mathbf{N}, n \geq 2$

Xác định n để dấu "=" xảy ra?

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Cho phương trình:  $\sin^6 x + \cos^6 x = m \sin 2x$

a) Giải phương trình khi  $m = 1$ .

b) Tìm m để phương trình có nghiệm.

2) Chứng minh rằng  $\Delta ABC$  đều khi và chỉ khi  $\begin{cases} a = 2b \cos C \\ a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \end{cases}$

**CÂU 4:** (2,5 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcac Oxy cho điểm A(8; 6). Lập phương trình đường thẳng qua A và tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 12.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đềcac Oxyz Cho A(1; 2; 2), B(-1; 2; -1), C(1; 6; -1), D(-1; 6; 2)

a) Chứng minh rằng ABCD là hình tứ diện và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

b) Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

**CÂU 5:** (1,5 điểm)

Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  xác định, liên tục và cùng nhận giá trị trên đoạn

$[0; 1]$ . Chứng minh rằng:  $\left( \int_0^1 f(x)g(x) dx \right)^2 \leq \int_0^1 f(x) dx \int_0^1 g(x) dx$

**ĐỀ SỐ 51**

**CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{(m-1)(x^2 - 2x) + m + 4}{mx + m}$  ( $C_m$ ) ( $m$  là tham số,  $m \neq$

$0, -\frac{1}{4}$ )

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ( $C_2$ ) với  $m = 2$ .

2) Tìm  $m$  để hàm số ( $C_m$ ) có cực đại, cực tiểu và giá trị cực đại, cực tiểu cùng dấu.

**CÂU 2:** (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 = 2y + x + 2 \\ y^3 = 2x + y + 2 \end{cases}$$

2) Giải phương trình:  $\text{tg}2x + \text{cot}gx = 8\cos^2x$

**CÂU 3:** (2,5 điểm)

1) Tính thể tích của hình chóp S.ABC biết đáy ABC là một tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, hai mặt bên còn lại cùng tạo với đáy góc  $\alpha$ .

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(D_1): \begin{cases} x - 8z + 23 = 0 \\ y - 4z + 10 = 0 \end{cases} \quad (D_2): \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$$

a) Viết phương trình các mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và lần lượt đi qua ( $D_1$ ) và ( $D_2$ ).

b) Viết phương trình đường thẳng (D) song song với trục Oz và cắt cả hai đường thẳng ( $D_1$ ), ( $D_2$ )

**CÂU 4:** (2 điểm)

1) Tính tổng:  $S = C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - 4C_n^4 + \dots + (-1)^n \cdot nC_n^n$

Với  $n$  là số tự nhiên bất kỳ lớn hơn 2,  $C_n^k$  là số tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử.

2) Tính tích phân:  $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$

**CÂU 5:** (1,5 điểm)

Cho ba số bất kỳ  $x, y, z$ . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{x^2 + xz + z^2} \geq \sqrt{y^2 + yz + z^2}$$

**ĐỀ SỐ 52**

**CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x+1}{x-1}$  (1) có đồ thị (C)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
- 2) Chứng minh rằng đường thẳng  $d: y = 2x + m$  luôn cắt (C) tại hai điểm A, B thuộc hai nhánh khác nhau. Xác định  $m$  để đoạn AB có độ dài ngắn nhất.

**CÂU 2:** (2,5 điểm)

Cho phương trình:  $3^{4-2x^2} - 2 \cdot 3^{2-x^2} + 2m - 3 = 0$  (1)

- 1) Giải phương trình (1) khi  $m = 0$ .
- 2) Xác định  $m$  để phương trình (1) có nghiệm.

**CÂU 3:** (2,5 điểm)

Giải các phương trình và bất phương trình sau:

1)  $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{13}{8} \operatorname{tg} 2x$

$$2) \sqrt{\log_9(3x^2 + 4x + 2)} + 1 > \log_3(3x^2 + 4x + 2)$$

**CÂU 4:** (1,5 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Đềcát Oxyz Cho A(1; 1; 1), B(1; 2; 0) và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 13 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tiếp xúc với (S).

**CÂU 5:** (1,5 điểm)

Tính tổng:  $S = C_n^1 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$

Biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện:

$$C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$$

$C_n^k$  là số tổ hợp chập k của n phần tử.

**ĐỀ SỐ 53**

**CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Tìm t để phương trình:  $\left| -x^3 + 3x^2 - 2 \right| - \log_2 t = 0$  có 6 nghiệm

phân biệt.

**CÂU 2:** (3 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcát Oxy cho đường tròn

(C):  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$  . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết rằng tiếp tuyến này đi qua điểm  $M_0(6; 3)$

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' Với  $A(2; 0; 2)$ ,  $B(4; 2; 4)$ ,  $D(2; -2; 2)$  và  $C'(8; 10; -10)$ .

a) Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp ABCD.A'B'C'D'.

b) Tính thể tích của hình hộp nói trên.

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = \sqrt{x+2}$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ x^2 - \frac{\pi x}{2} = y^2 - \frac{\pi y}{2} \end{cases}$$

**CÂU 4:** (2 điểm)

1) Chứng minh rằng:  $C_2^0 C_{n-2}^k + C_2^1 C_{n-2}^{k-1} + C_2^2 C_{n-2}^{k-2} = C_n^k$

$n \geq k + 2$  ; n và k là các số nguyên dương,  $C_n^k$  là số tổ hợp chập k của n phần tử.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol:  $y = -x^2 - 4x$ ; đường thẳng  $x = -1$ ; đường thẳng  $x = -3$  và trục Ox

**CÂU 5:** (1 điểm)

Cho 2 số nguyên dương m, n là số lẻ

Tính theo m, n tích phân: 
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x dx$$

**ĐỀ SỐ 54**

**CÂU 1:** (2 điểm)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$

2) Dựa và đồ thị (C) ở Câu trên, hãy biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình:  $\frac{e^{3x}}{3} - 2e^{2x} + 3e^x = m$

**CÂU 2:** (3 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcát Oxy cho elíp (E) có phương trình:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0)$$

a) Tìm a, b biết Elíp (E) có một tiêu điểm là  $F_1(2; 0)$  và hình chữ nhật cơ sở của (E) có diện tích là  $12\sqrt{5}$  (đvdt).

b) Tìm phương trình đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ. Biết rằng (C) cắt (E) vừa tìm được ở Câu trên tại 4 điểm lập thành hình vuông.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đềcát Oxyz tìm theo a, b, c (a, b, c  $\neq 0$ ) tọa độ các đỉnh của hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Biết A(a; 0; 0); B(0; b; 0) C(0; 0; c) và D'(a; b; c).

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Giải và biện luận phương trình sau theo tham số m:

$$2\log_3 x - \log_3(x - 1) - \log_3 m = 0$$

2) Giải phương trình:

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x - \sqrt{3}(\cos x + \cos 2x + \cos 3x) = 0$$

**CÂU 4:** (2 điểm)

1) Cho f(x) là hàm liên tục trên đoạn [0; 1]. Chứng minh rằng:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$$

2) Tính các tích phân:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2003} x dx}{\sin^{2003} x + \cos^{2003} x}$$

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2003} x dx}{\sin^{2003} x + \cos^{2003} x}$$

**CÂU 5:** (1 điểm)

Giải bất phương trình:  $(n!)^3 \cdot C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n \leq 720$

$C_n^k$  là tổ hợp chập k của n phần tử.

**ĐỀ SỐ 55**

**CÂU 1:** (2 điểm)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:  $y = x^4 - 10x^2 + 9$
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình:  $x - 3mx + 2 = 0$  có nghiệm duy nhất.

**CÂU 2:** (2 điểm)

- 1) Tìm tất cả các đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số:  $y = 2x + \sqrt{1+x^2}$
- 2) Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = e^x$ ;  $y = \frac{1}{e}$ ;  $y = e$  và trục tung quay xung quanh Oy.

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Cho đa thức:  $P(x) = (16x - 15)^{2005}$ , khai triển đa thức đó dưới dạng:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2005}x^{2005}$$

Tính tổng:  $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2005}$

- 2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3^{-x}2^y = 1152 \\ \log_2(x + y) = \log_2 5 \end{cases}$$

**CÂU 4:** (2 điểm)



1) Cho  $\Delta ABC$  có độ dài các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức:  $P = \cot g \frac{A}{2} \cot g \frac{C}{2}$

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy cho hypebol (H):  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ . Lập phương trình của elíp (E), biết rằng (E) có các tiêu điểm là các tiêu điểm của (H) và (E) ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (H)

**CÂU 5:** (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho  $\Delta ABC$  có điểm B(2; 3; -4), đường cao CH có phương trình:  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-5}$  và đường phân giác trong góc A là AI có phương trình:  $\frac{x-5}{7} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Lập phương trình chính tắc của cạnh AC.

2) CMR: trong mọi hình nón ta luôn có:  $\left(\frac{6V}{\pi}\right)^2 \leq \left(\frac{2S}{\pi\sqrt{3}}\right)^3$   
(V là thể tích hình nón, S là diện tích xung quanh của hình nón)

**ĐỀ SỐ 56**

**CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - (m+1)x + m + 1}{x - 1}$  (1) ( $m$  là tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- 2) Chứng minh rằng hàm số (1) luôn có giá trị cực đại ( $y_{CD}$ ) và giá trị cực tiểu ( $y_{CT}$ ) với  $\forall m$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $(y_{CD})^2 = 2y_{CT}$

**CÂU 2:** (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $3\cos x(1 - \sqrt{\sin x}) - \cos 2x = 2\sqrt{\sin x} \sin^2 x - 1$

2) Giải hệ bất phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 - 2x \leq 0 \\ x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0 \end{cases}$$

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Tính tích phân: 
$$I = \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$$

2) Tìm số nguyên dương  $n$  thỏa mãn đẳng thức:  $A_n^3 + 2C_n^2 = 16n$

**CÂU 4:** (3 điểm)

1) Cho tứ diện ABCD có độ dài cạnh  $AB = x$  ( $x > 0$ ), tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng 1. Tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai cạnh AB và CD. Tìm điều kiện đối với  $x$  để Câu toán có nghĩa.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho tứ diện OABC có O là gốc tọa độ,  $A \in Ox$ ,  $B \in Oy$ ,  $C \in Oz$  và mặt phẳng (ABC) có phương trình:

$$6x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

a) Tính thể tích khối tứ diện OABC.

b) Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện OABC.

**CÂU 5:** (1 điểm)

Cho  $x, y$  là hai số thực dương khác 1.

Chứng minh rằng nếu:  $\log_x(\log_y x) = \log_y(\log_x y)$  thì  $x = y$ .

**ĐỀ SỐ 57**

**CÂU 1:** (2 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{2x - 5}{x - 2}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết tiếp tuyến đi qua điểm A(-2; 0).

**CÂU 2:** (3 điểm)

- 1) Giải phương trình:  $\sin^3\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin x$
- 2) Giải bất phương trình:  $\log_{x-1}(x+1) > \log_{x^2-1}(x+1)$
- 3) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 - 4xy = 3 \\ 2x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Tính tích phân:  $\int_0^2 \frac{x^3}{x^2 + 2x + 1} dx$

2) Tìm hệ số lớn nhất của đa thức trong khai triển nhị thức Niuton của:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{15}$$

**CÂU 4:** (3 điểm)

1) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chứng minh rằng các điểm giữa của 6 cạnh không xuất phát từ hai đầu đường chéo AC' là những đỉnh của một lục giác phẳng đều.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho hai đường thẳng:  $x + y - 1 = 0$  và  $3x - y + 5 = 0$   
 Hãy tìm diện tích hình bình hành có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng đã cho, một đỉnh là giao điểm của hai đường đó và giao điểm của hai đường chéo là I(3; 3).

3) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho hai đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ y - 3z + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2}$$

Chứng minh rằng hai đường thẳng đó chéo nhau và tìm phương trình đường vuông góc chung của chúng.

### **ĐỀ SỐ 58**

#### **CÂU 1:** (4 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x + 3m - 1}{x - m}$  (1)

- 1) Xác định  $m$  để hàm số (1) nghịch biến trong khoảng  $(1; +\infty)$
- 2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ , gọi đồ thị của hàm số này là (C).
- 3) Tìm hai điểm A, B thuộc (C) sao cho A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng (d):  $x + 3y - 4 = 0$ .

#### **CÂU 2:** (2 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - 2ax + 2 - a = 0$  (1)

- 1) Xác định  $a$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho:  $-2 < x_1 < 3 < x_2$
- 2) Xác định  $a$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho:  $x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

#### **CÂU 3:** (1 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  có 3 góc thỏa mãn điều kiện sau:  $\sin A + \cos A + \sin B - \cos B + \sin C - \cos C = 1$ . Chứng minh rằng:  $\Delta ABC$  là tam giác vuông.

#### **CÂU 4:** (3 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  có  $A(-1; 5)$  và phương trình đường thẳng BC:  $x - 2y - 5 = 0$  ( $x_B < x_C$ ) biết  $I(0; 1)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

- 1) Viết phương trình các cạnh AB và AC.
- 2) Gọi  $A_1, B_1, C_1$  lần lượt là chân đường cao vẽ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Tìm tọa độ các điểm  $A_1, B_1, C_1$
- 3) Gọi E là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta A_1B_1C_1$ . Tìm tọa độ điểm E.

**ĐỀ SỐ 59**

**CÂU 1:** (2,5 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - x + m}{x - 1}$  (1) ( $m$  là tham số)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- 2) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm A, B phân biệt và các tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại A, B vuông góc với nhau.

**CÂU 2:** (2 điểm)

1) Giải phương trình:  $\frac{1}{\operatorname{tg} x + \operatorname{cot} g2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\operatorname{cot} gx - 1}$

2) Giải bất phương trình:

$$2x - \log_3 8 + x^2 \log_3(2x) - \log_3 x^3 \geq x^2 - 3 + x \log_3(4x^2)$$

**CÂU 3:** (2 điểm)

- 1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 4 - x^2$  và  $y = |x^2 - 2x|$ .

2) Tính tích phân:  $I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)dx}{1+x^2}$

**CÂU 4:** (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề các Oxy cho  $\Delta ABC$  có đỉnh  $A(2; -3)$ ,  $B(3; -2)$  và diện tích  $\Delta ABC$  bằng  $\frac{3}{2}$ . Biết trọng tâm  $G$  của  $\Delta ABC$  thuộc đường thẳng  $d: 3x - y - 8 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**CÂU 5:** (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(7; -2; 3)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}$

- 1) Chứng minh rằng hai đường thẳng  $d$  và  $AB$  đồng phẳng.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $d$  với mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .
- 3) Trên  $d$ , tìm điểm  $I$  sao cho độ dài đường gấp khúc  $IAB$  ngắn nhất.

**ĐỀ SỐ 60**

**CÂU 1:** (2,5 điểm)

Cho hàm số:  $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x + m}$  (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) với  $m = 1$ .
- 2) Chứng minh rằng nếu đồ thị  $(C_m)$  của hàm số (1) cắt Ox tại điểm  $x_0$  thì các tiếp tuyến cắt  $(C_m)$  tại điểm đó có hệ số góc là  $k = \frac{2x_0 - 2m}{x_0 + m}$

Áp dụng: Tìm  $m$  để đồ thị  $(C_m)$  cắt Ox tại hai điểm phân biệt và tiếp tuyến tại hai điểm đó của  $(C_m)$  vuông góc với nhau.

**CÂU 2:** (1,5 điểm)

Giải phương trình:

1)  $\sin x \cdot \cos x + \cos x = -2\sin^2 x - \sin x + 1$

2)  $\log_2(x + 1) = \log_{x+1} 16$

**CÂU 3:** (2 điểm)

1) Bằng cách đặt  $x = \frac{\pi}{2} - t$ , hãy tính tích phân:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

2) Tìm m để bất phương trình:  $mx - \sqrt{x - 3} \leq m + 1$  có nghiệm.

**CÂU 4:** (3 điểm)

1) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của A'D' và B'B. Chứng minh rằng  $IJ \perp AC'$

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề các Oxyz cho các đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad (d_2): \begin{cases} x = -3t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = -2 \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbf{R})$$

a) Chứng minh rằng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của  $(d_1)$  và  $(d_2)$ .

**CÂU 5:** (1 điểm)

Chứng minh rằng:  $2 \cos x + \cot gx + 3x - \frac{3\pi}{2} > 0$  với  $\forall x \in$

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$